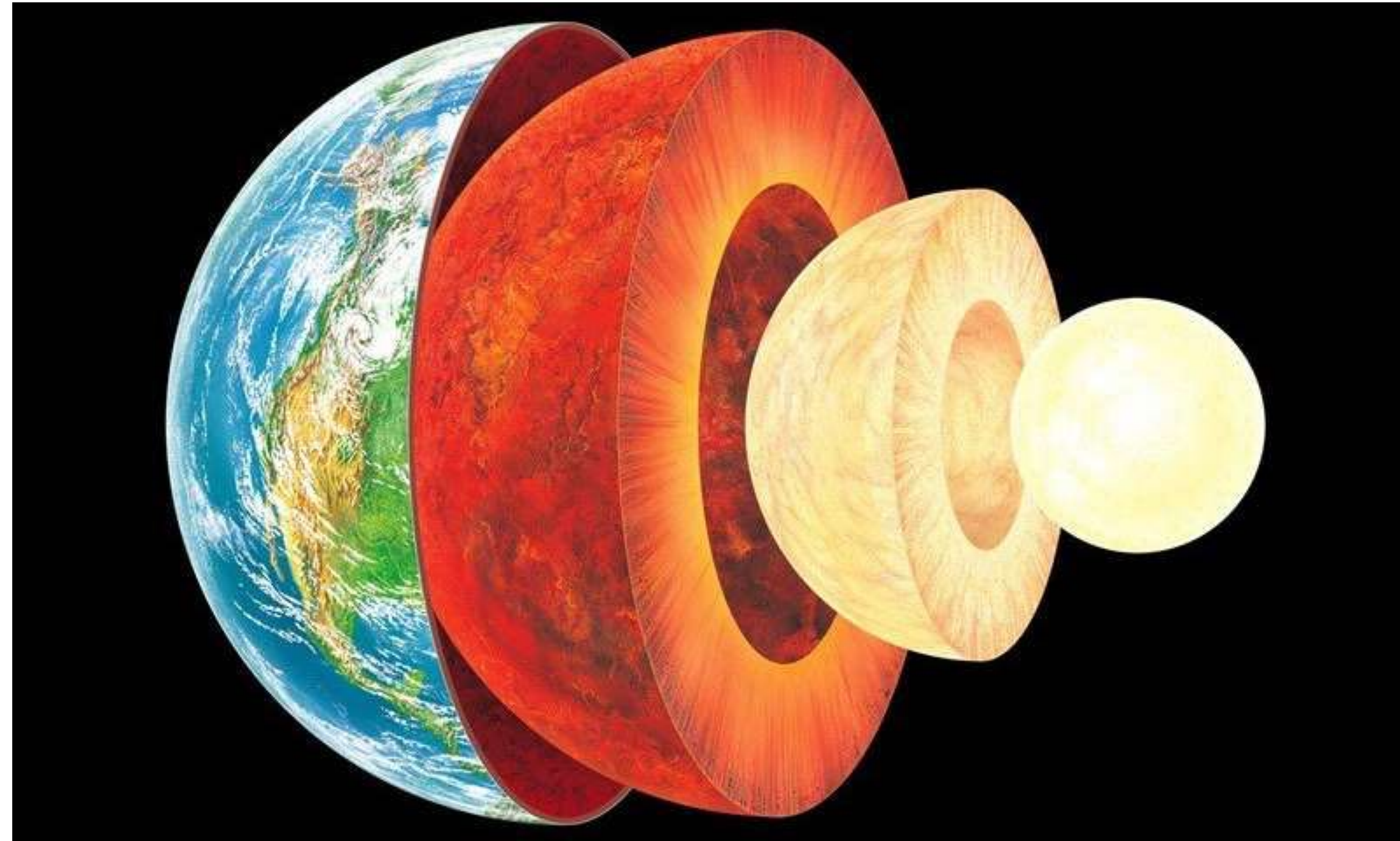


地球惑星圏物理学

第3回：惑星内部構造の観測的推定



黒川 宏之

東京工業大学 地球生命研究所

hiro.kurokawa@elsi.jp

レポート課題(4/22 17時締切)

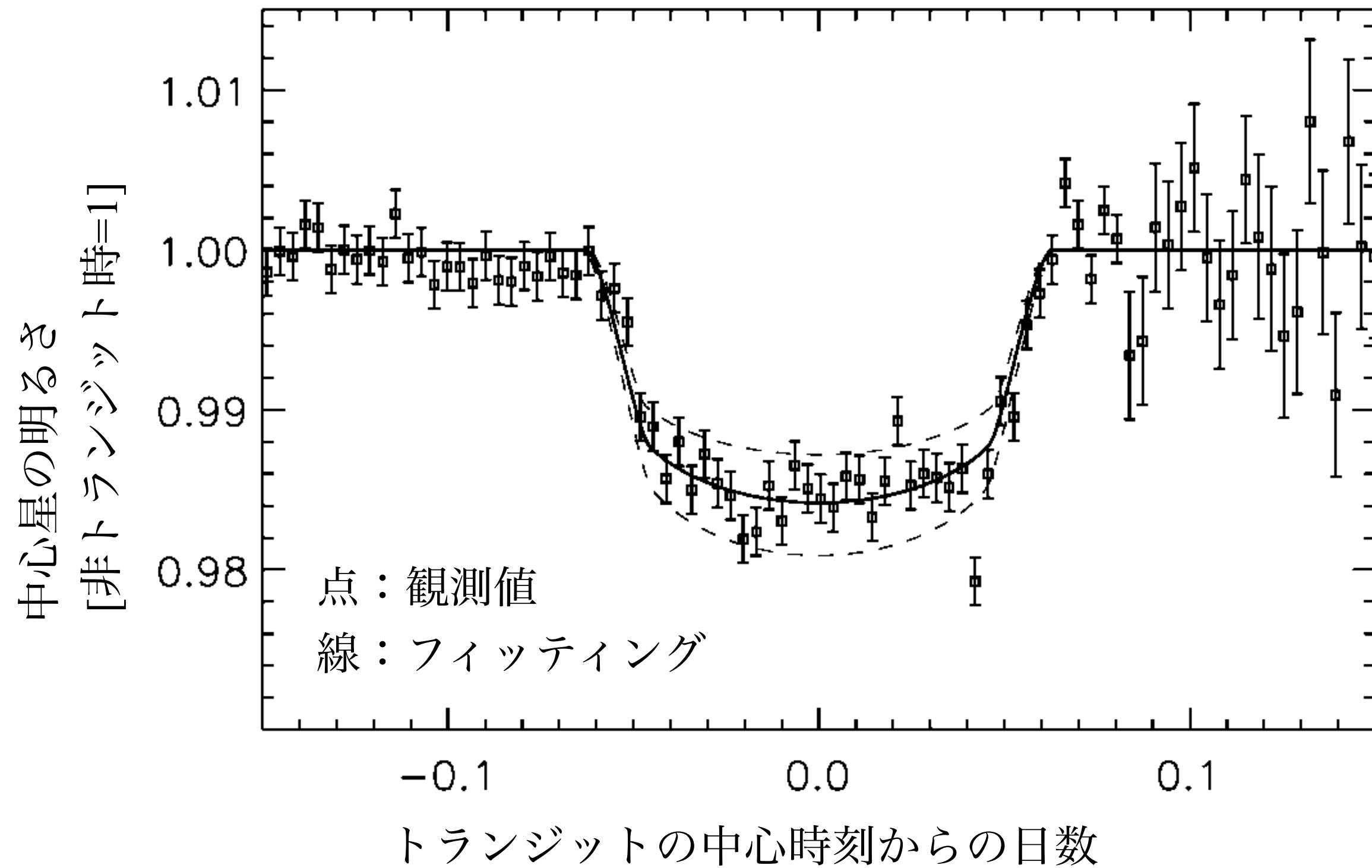
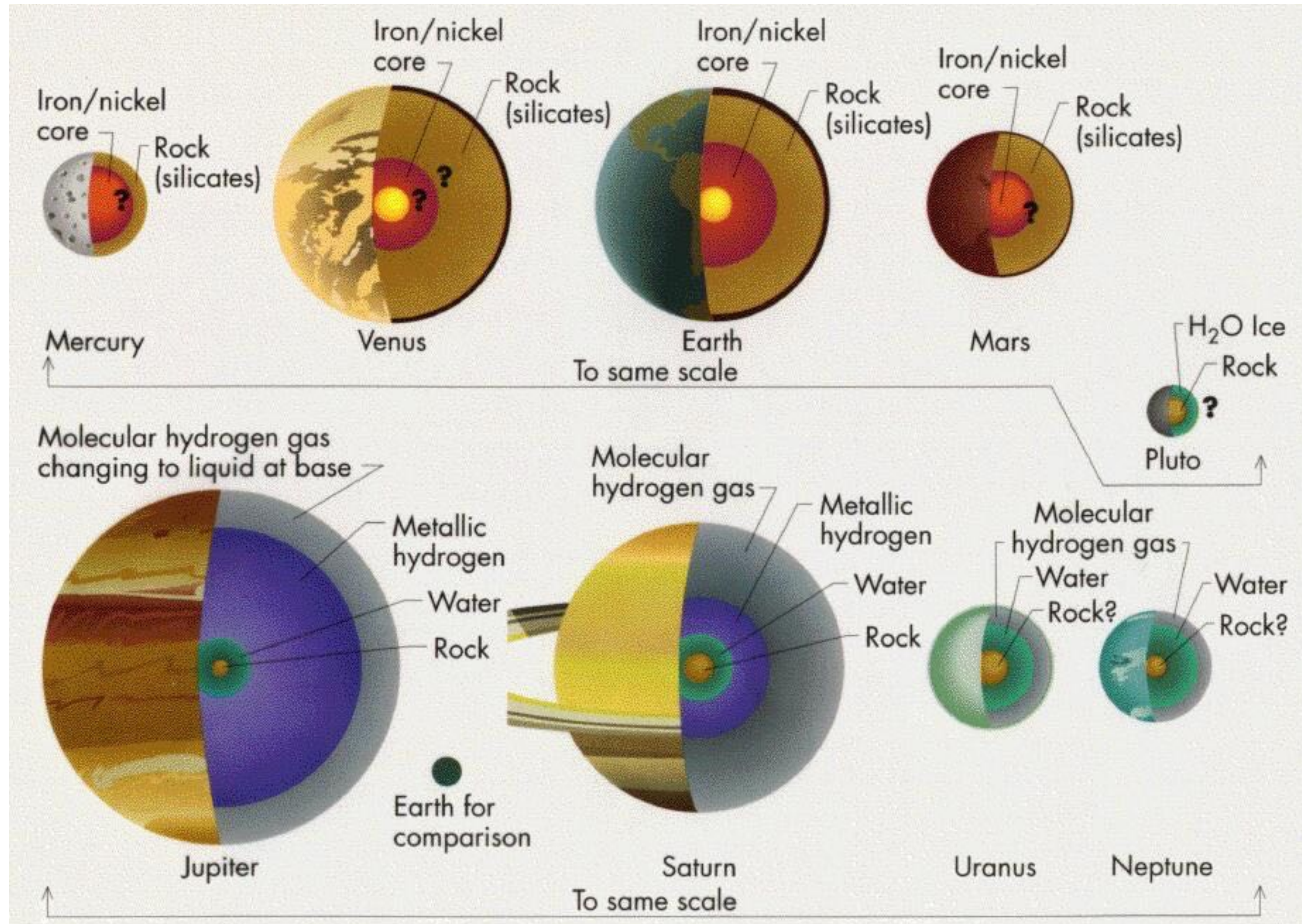


Figure 1. 惑星を持つ HD209458 の光度曲線

Figure 1 から恒星 HD209458 のトランジット減光率を読み取り，系外惑星 HD209458b の惑星半径を計算せよ (有効数字1桁). 計算には恒星半径 $8.4 \times 10^8 \text{ m}$ を用いてよい. 計算結果を太陽系の惑星の半径と比較することで，惑星が岩石惑星・巨大ガス惑星・巨大氷惑星のうちのいずれかであるか推論せよ.

トランジット減光率は約1.6%. 惑星・恒星半径を R_p, R_s とすると、 $(R_p/R_s)^2 = 0.016$ — (1). これを解いて $R_p = 1 \times 10^8 \text{ m}$ — (2). 木星半径 $R_{\text{Jup}} = 7.0 \times 10^7 \text{ m}$ の1.5倍であることから，系外惑星 HD209458b は巨大ガス惑星であると考えられる.

内部構造の推定方法



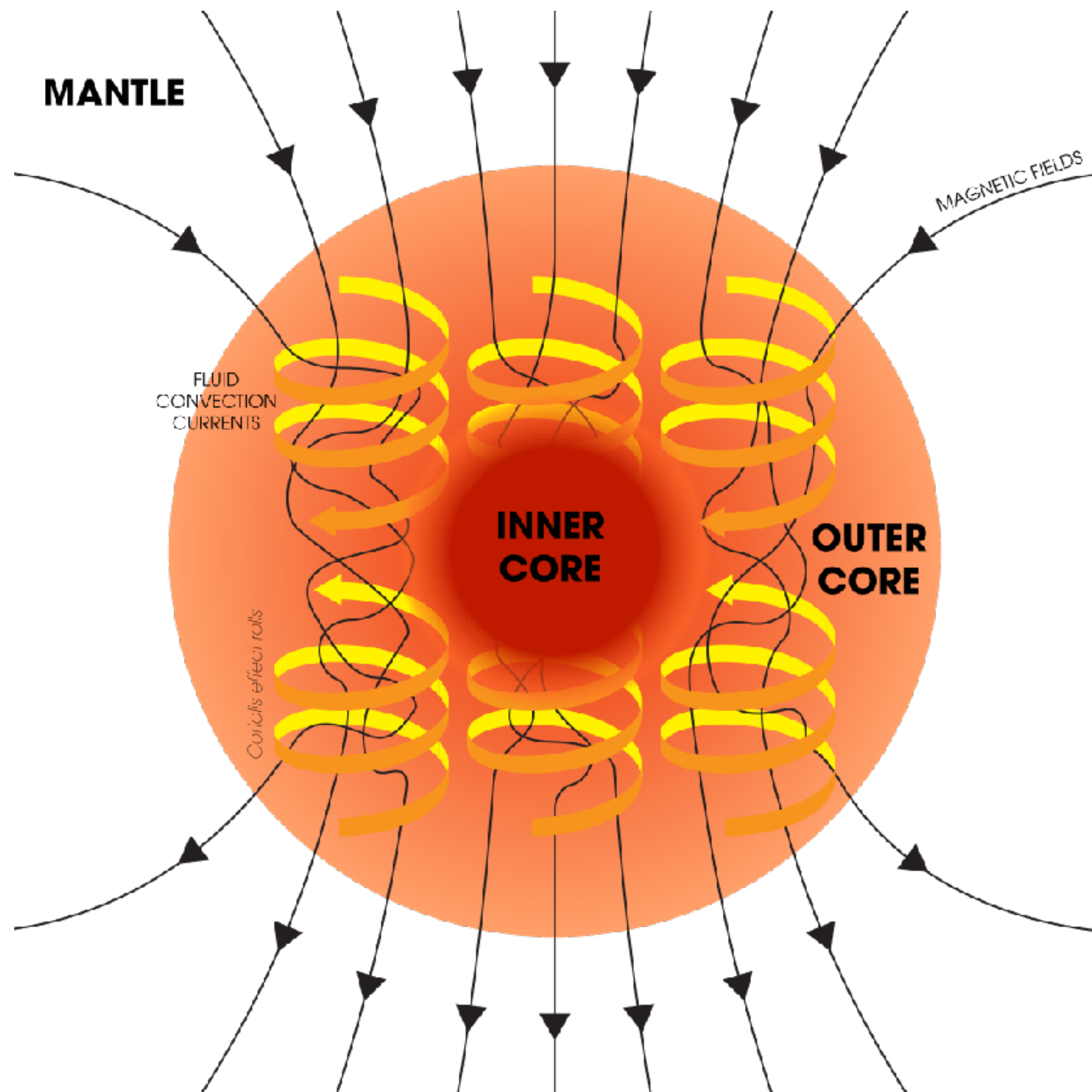
深部構造 (> 10 km)

- 平均密度
- 慣性モーメント (← 歳差運動, 重力場)
- 重力場 (高次)
- 地震波
- (ダイナモ, 地殻残留, 誘導) 磁場
- 潮汐応答
- 深部起源の物質の分析

浅部構造 (< 10 km)

- レーダーサウンダ
- 中性子線
- ミューオグラフィ など

ダイナモ理論



- 天体内部の電気伝導度の高い流体運動
→ 磁場の発生
- 電気伝導度の高い流体
 - 太陽 → 電離ガス
 - 地球 → 外核の液体鉄
 - 巨大ガス惑星 → 金属水素
 - 巨大氷惑星
→ 水素イオンが自由電子化した氷

ダイナモ磁場, 残留磁場

	ダイナモ磁場?	双極子モーメント [A m ²]	ダイナモ領域
水星	✓	5×10^{19}	液体の鉄コア
金星		$< 4 \times 10^{18}$	
地球	✓	8×10^{22}	液体の鉄コア
月	(岩石残留磁気)	$< 1 \times 10^{16}$	液体の鉄コア
火星	(岩石残留磁気)	$\sim 1 \times 10^{18}$	液体の鉄コア
木星	✓	1.6×10^{27}	金属水素層
土星	✓	4.7×10^{25}	金属水素層
天王星	✓	3.8×10^{24}	流体電離層?
海王星	✓	2.0×10^{24}	流体電離層?

地震波計測

縦波(P波)と横波(S波)の伝播速度

$$P波 : v_p = \sqrt{\frac{K + 4\mu/3}{\rho}} \quad (1)$$

$$S波 : v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

ここで, ρ : 密度, μ : 剛性率(変形しにくさ),

K : 体積弾性率(圧縮しにくさ)

$$\mu \equiv \frac{F/A}{\Delta x/l} \quad (3)$$

$$K \equiv -V \frac{\partial p}{\partial V} \quad (4)$$

- 地震波の伝播速度は物性を反映 → 内部構造
- 硬い物質ほど伝播が速い
- 気体・液体中はS波は伝播しない

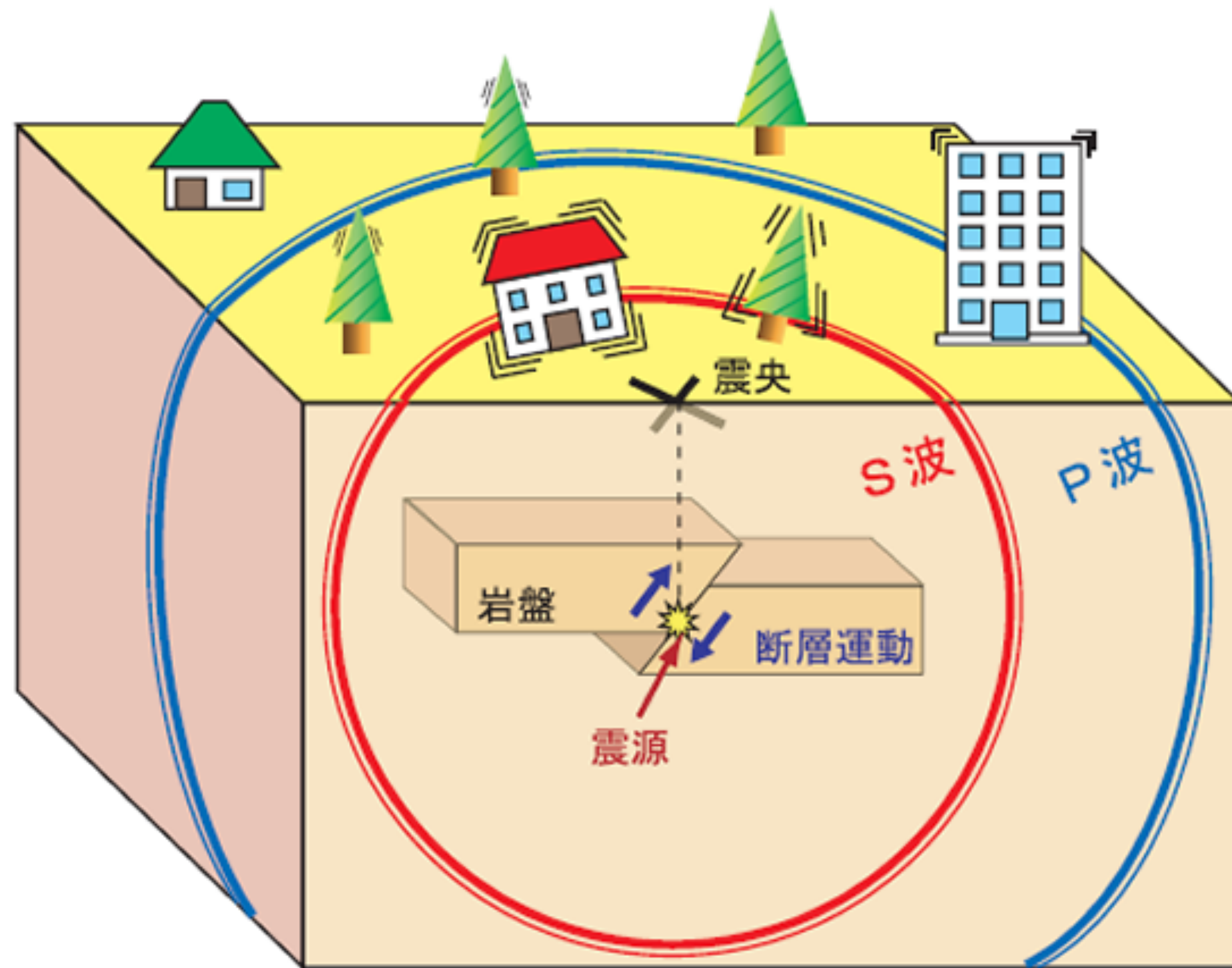
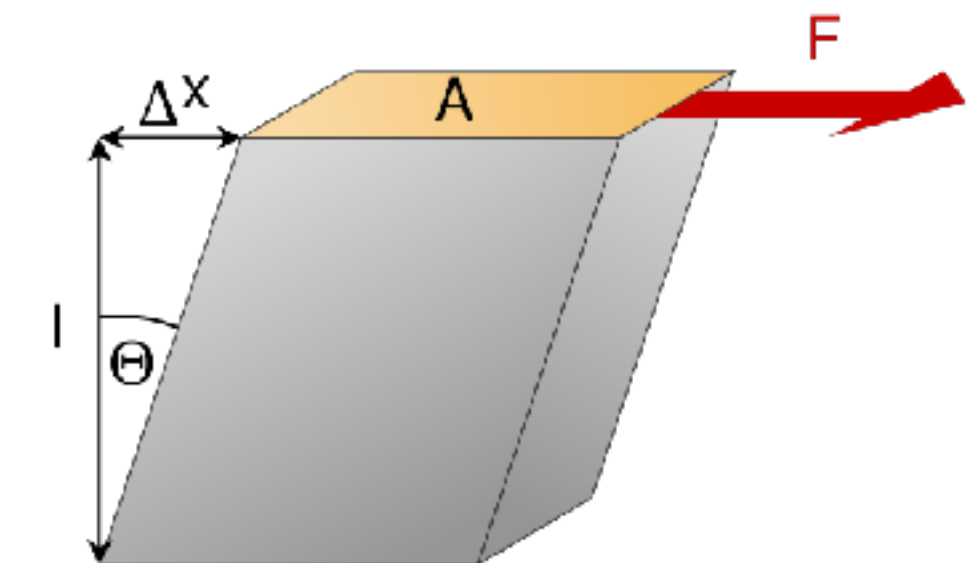
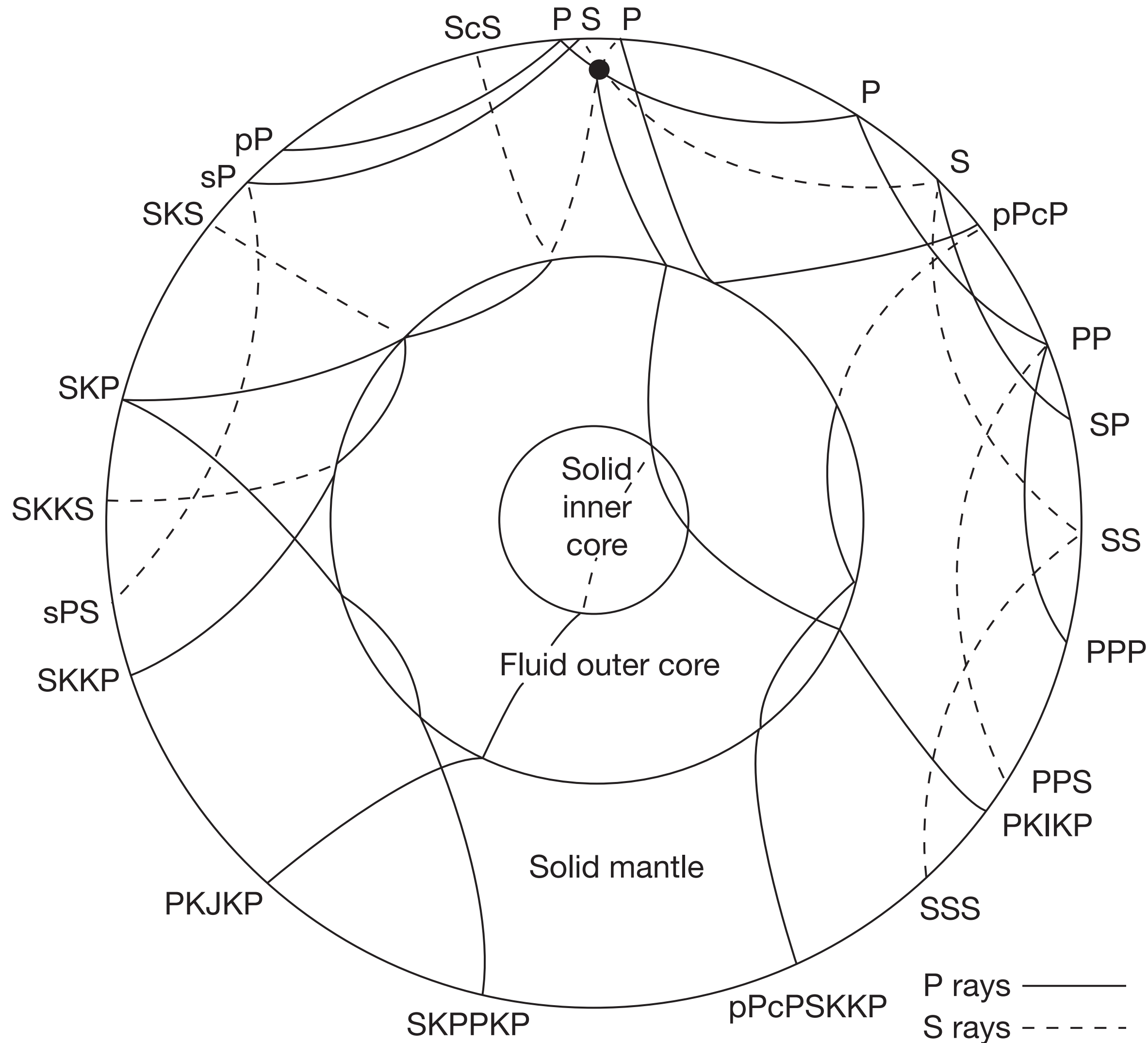


Image credit: 気象庁



地球内部の地震波の伝播



地震波の伝播の例

文字列は各地点に到達した地震波の経路・性質を順に表記。
 P: P波(実線), S: S波(破線), 小文字は震源から上向きに伝播した波。
 K: 外核を通るP波, I: 内核を通るP波, J: 内核を通るS波
 c: コアマンテル境界(CMB)での反射, i: 内核-外核境界での反射。

- 外核を通るS波は存在しない → 外核は液体
- 内核-外核境界でS波が発生するため, 内核を伝播するS波も存在

Dziewonski & Romanowicz (2015)
 in *Treatise on Geophysics 2nd Edition*

地球の地震波・密度構造

地震学的観測モデル (PREM) Dziewonski & Anderson (1981) PEPI

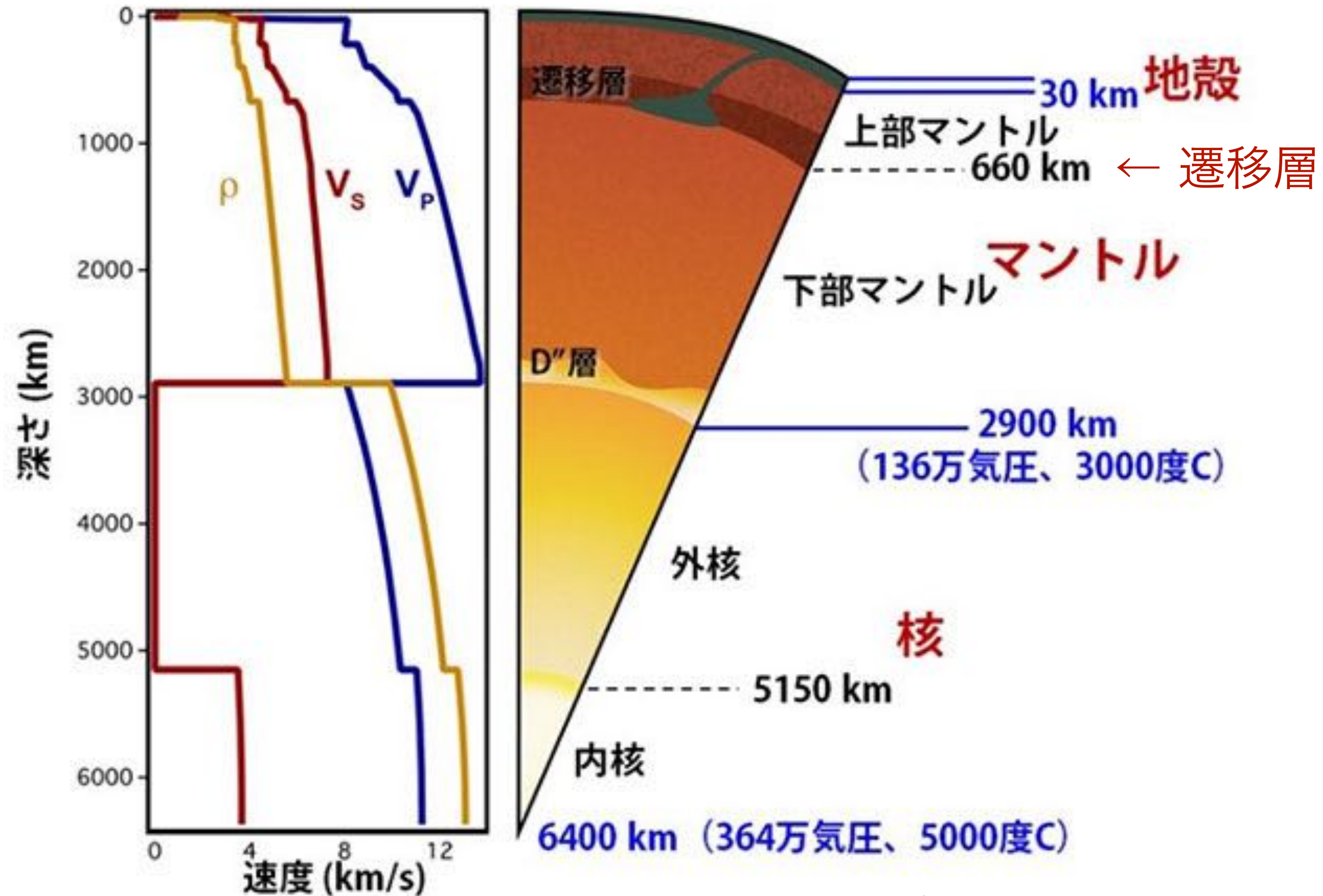


Image credit: 東工大 <https://www.titech.ac.jp/news/2019/043304.html>

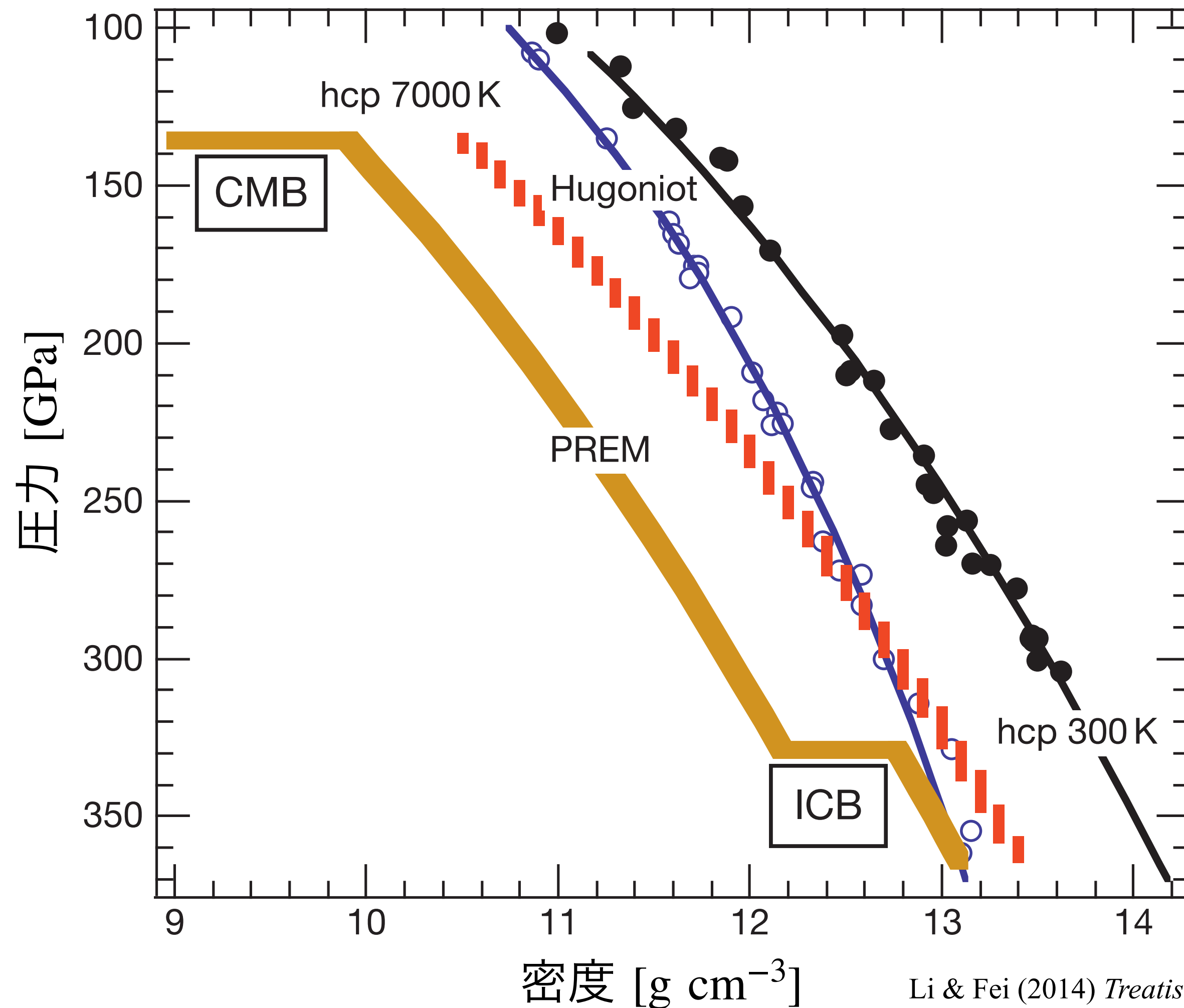
地球の内部構造

	深さ (or 厚さ)	特徴
地殻	大陸 30 km, 海洋 6 km	花崗岩質 $\text{SiO}_2=58.0 \text{ wt.}\%$, $\text{Al}_2\text{O}_3 = 18.0 \text{ wt.}\%$, $\text{MgO} = 3.5 \text{ wt.}\%$ 玄武岩質 $\text{SiO}_2 = 49.5 \text{ wt.}\%$, $\text{Al}_2\text{O}_3 = 16.0 \text{ wt.}\%$, $\text{MgO} = 7.7 \text{ wt.}\%$
上部マントル	— 660 km	かんらん岩質 $\text{SiO}_2 = 45.1 \text{ wt.}\%$, $\text{Al}_2\text{O}_3 = 3.3 \text{ wt.}\%$, $\text{MgO} = 38.1 \text{ wt.}\%$
遷移層	上部マントル底部 深さ 410-660 km	かんらん石 \leftrightarrow スピネル \leftrightarrow ペロブスカイト の相転移
下部マントル	— 2900 km	上部マントルと鉱物相が異なる(ペロブスカイト)が同じ化学組成？
D''層	下部マントル底部 厚さ ~200 km	ペロブスカイト \leftrightarrow ポストペロブスカイト
外核	— 5150 km	Fe-Ni 合金 + ~10 wt.% の軽元素(Si, S, O, H, C). 液体.
内核	中心まで	Fe-Ni 合金 + ~10 wt.% の軽元素(Si, S, O, H, C). 固体.

Ref: Stacey & Davis (2008) *Physics of the Earth, 4th edition*

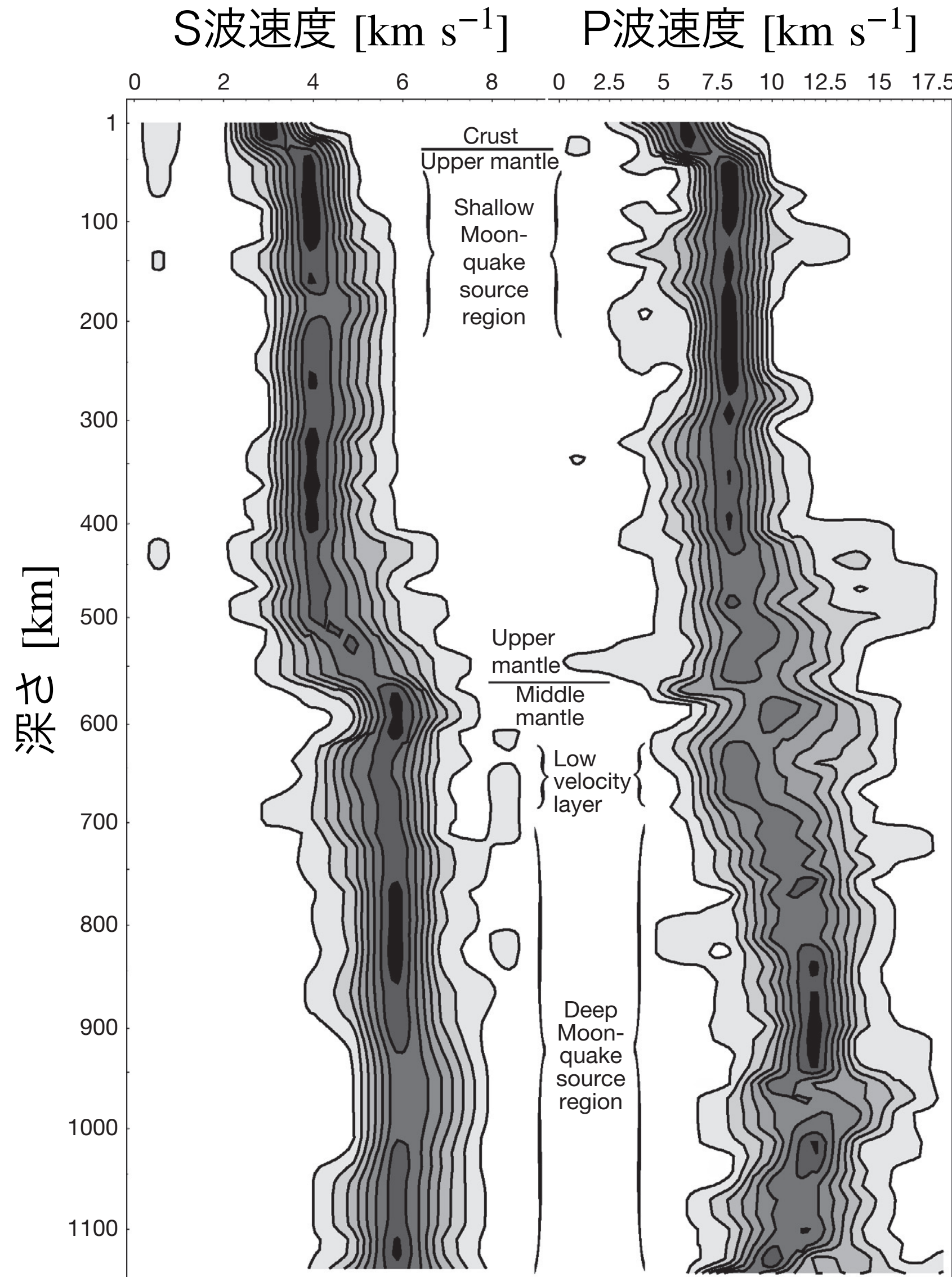
地球の核(コア)の軽元素

PREMと純鉄(異なる温度3通り)の密度の比較

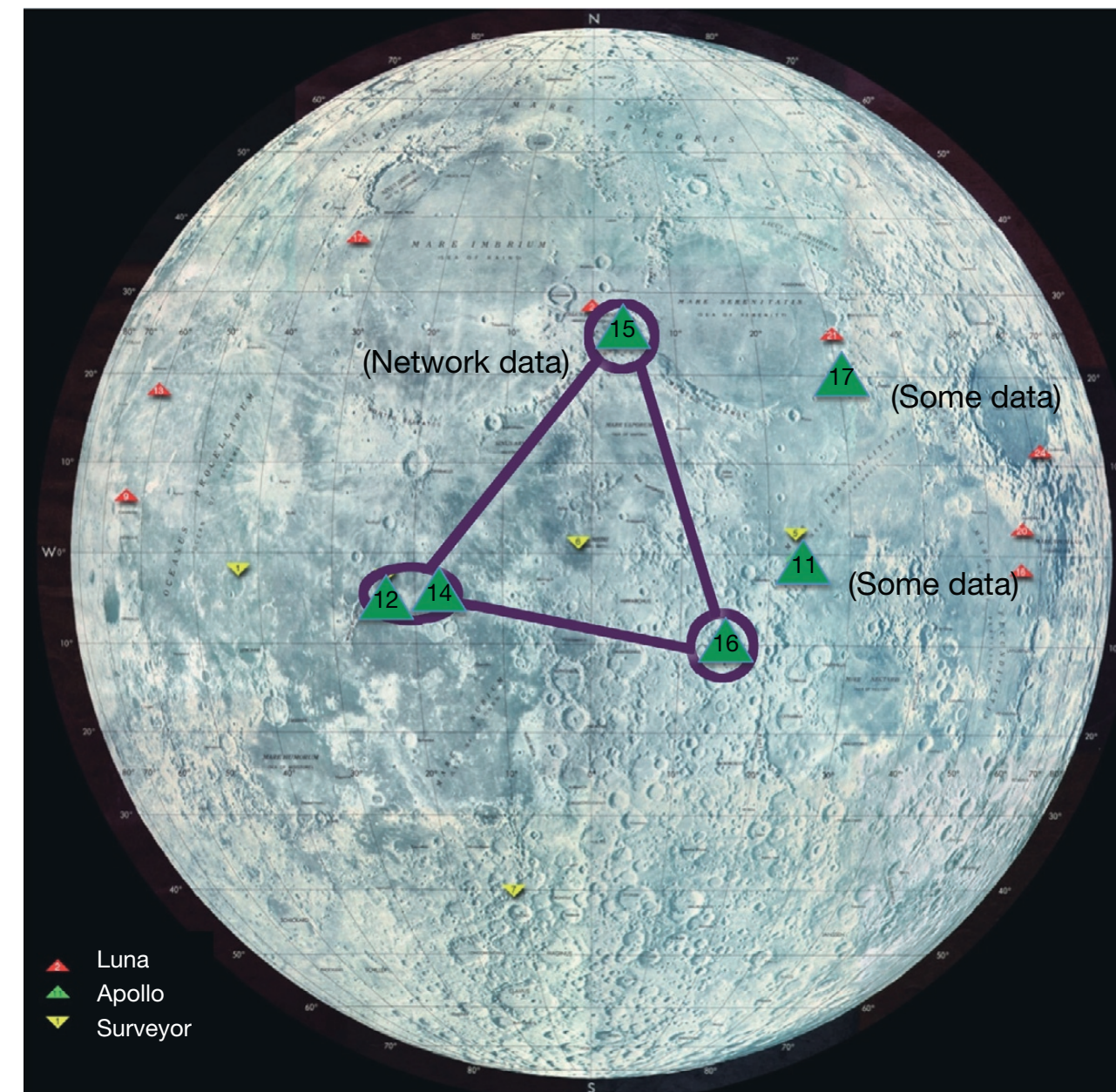


- コアの密度は純鉄の密度より ~ 10% 小さい (温度による不定性あり)
→ 軽元素 (低密度化する元素) の存在
- 候補 : Si, S, O, H, C
- コア中の軽元素質量
~ $M_{\oplus} \times 0.33 \times 0.1 \sim 2 \times 10^{22}$ kg
≫ 海洋 1.4×10^{21} kg, 大気 5.1×10^{18} kg
→ コアへの軽元素の取り込みは地球表層環境を左右
- 内核は密度欠損が小さい
→ 鉄が固化すると軽元素は液相に濃集

月の地震波計測



- アポロ 12, 14-16 の 着陸地点に設置された地震計ネットワーク (~1977)
- 地球と比べて地震波構造の不定性大
 - 観測地点の数, 地震(月震)の規模, 観測期間
- 天体衝突による月震 → コアサイズ 170-360 km (Nakamura et al. 1974)
 - 慣性モーメント, 誘導磁場からの見積もりと整合的



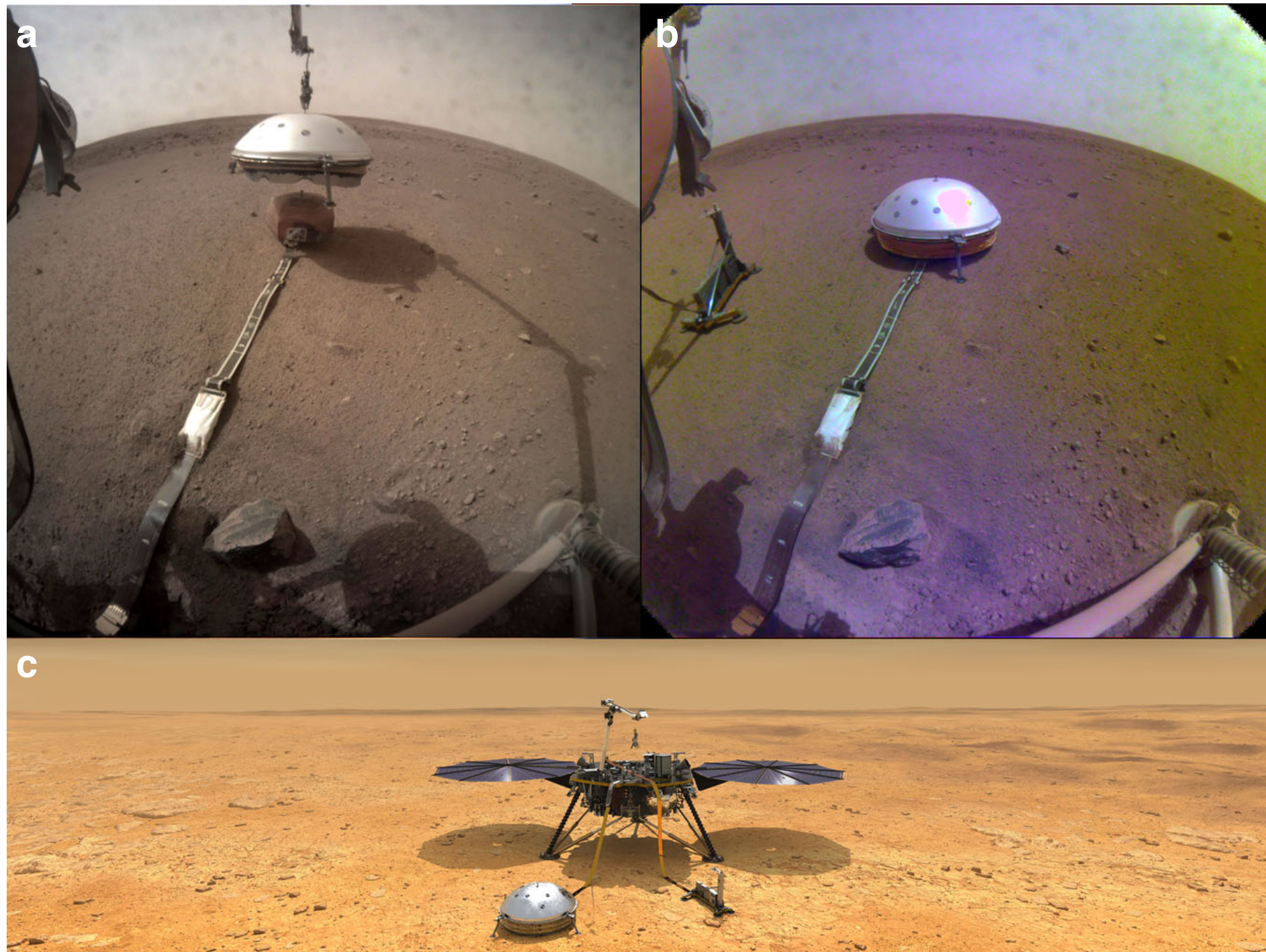
月の地震計ネットワーク
Lognonné & Johnson (2015)
in *Treatise on Geophysics 2nd Edition*

Khan & Mosegaard (2002) *J. Geophys. Res.*

地球・月に続く天体へ

火星 InSight 着陸機搭載の地震計 (Image credit: NASA/JPL-Caltech)

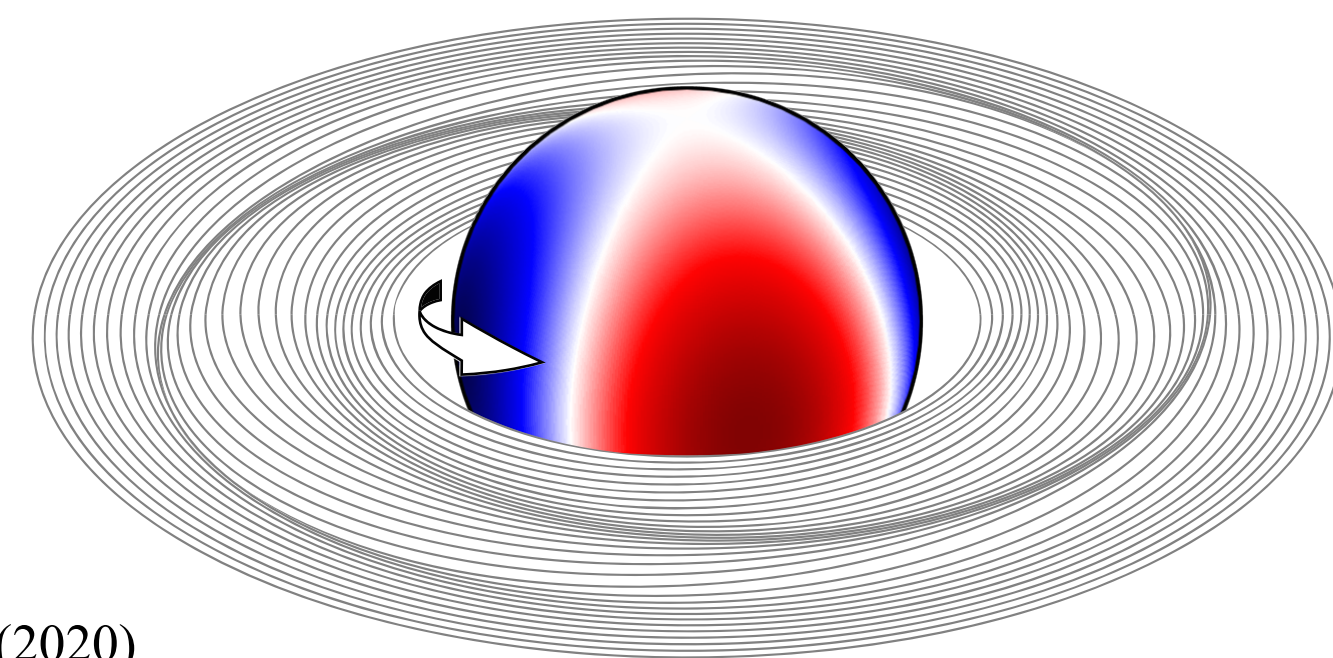
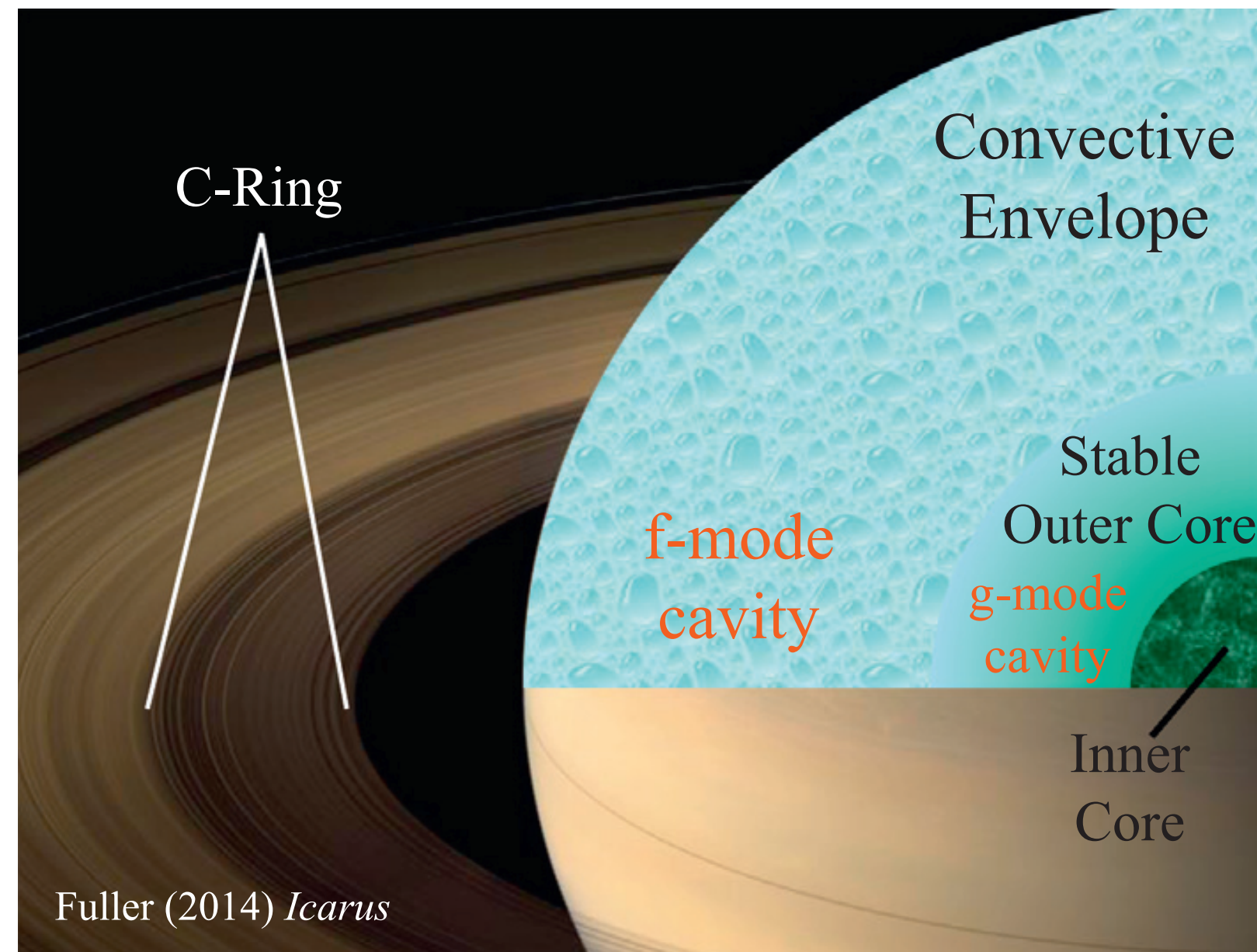
タイタン DragonFly (2027年打上予定) (Image credit: NASA)



- 長年，地震波観測は地球・月に限られてきた + Viking による火星地震(?)シグナル
- 火星：InSight (2018-)，タイタン：DragonFly (2027打上)

巨大ガス惑星の地震学

リングの粗密波から推定された土星内部の模式図

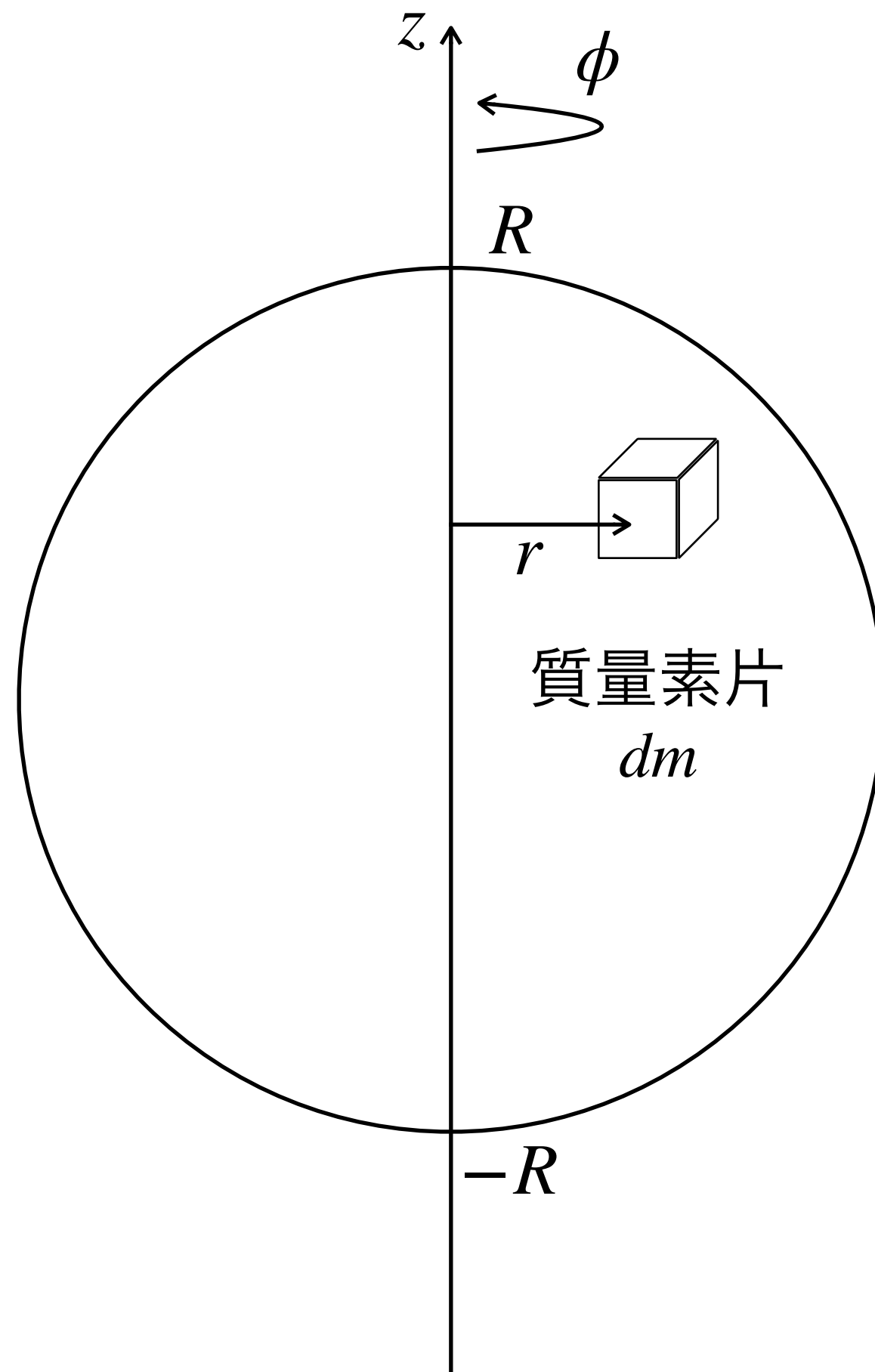


Negative gravity perturbation  Positive gravity perturbation

- 星振学(恒星の振動)の巨大ガス惑星版
- 木星
 - 地上望遠鏡電波観測 → p-mode (音波) 検出 (Gaulme et al. 2011, *Astron. Astrophys.*)
- 土星
 - Cassini 探査機によるリングの掩蔽観測 → 疎密波の検出 (Hedman and Nicholson 2013, *Astrophys. J.*)
 - 土星内部の密度波 → リング粒子への重力擾乱
 - f-mode (表面波) + g-mode (重力波) (Fuller 2014, *Icarus*)
 - 成層構造(対流していない)の大きいコア？

慣性モーメント (回転させにくさ)

天体半径 R , 密度 ρ , 質量 M



質量素片 dm についての運動方程式は,

$$dm \cdot \frac{dv}{dt} = F \quad \text{--- (1), } F \text{ は任意の外力.}$$

剛体回転を仮定して, $v = r\omega$ (ω : 角速度) より,

$$dm \cdot r \frac{d\omega}{dt} = F \quad \text{--- (2).}$$

$$\therefore dm \cdot r^2 \frac{d\omega}{dt} = r \cdot F \quad \text{--- (3). 右辺は外力 } F \text{ によるトルク.}$$

ここで 慣性モーメント素片 dI を定義する.

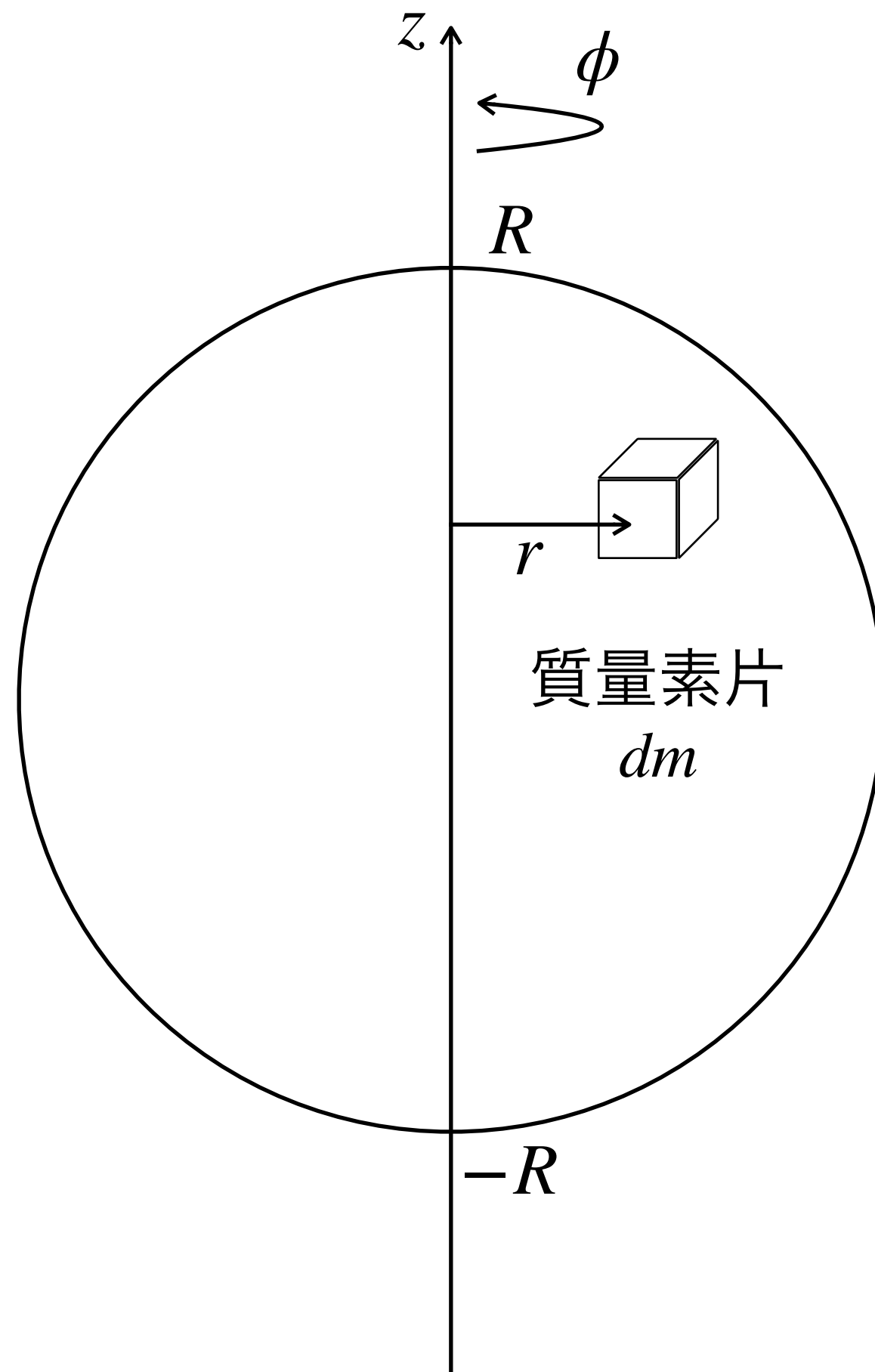
$$dI \equiv r^2 dm \quad \text{--- (4).} \quad \rightarrow \quad dI \frac{d\omega}{dt} = r \cdot F \quad \text{--- (5)}$$

天体全体で積分した慣性モーメント I は,

$$I = \int r^2 dm \quad \text{--- (6).}$$

密度一様球の慣性モーメント

天体半径 R , 密度 ρ , 質量 M



円筒座標系において, $I \equiv \int r^2 dm$ — (1) より,

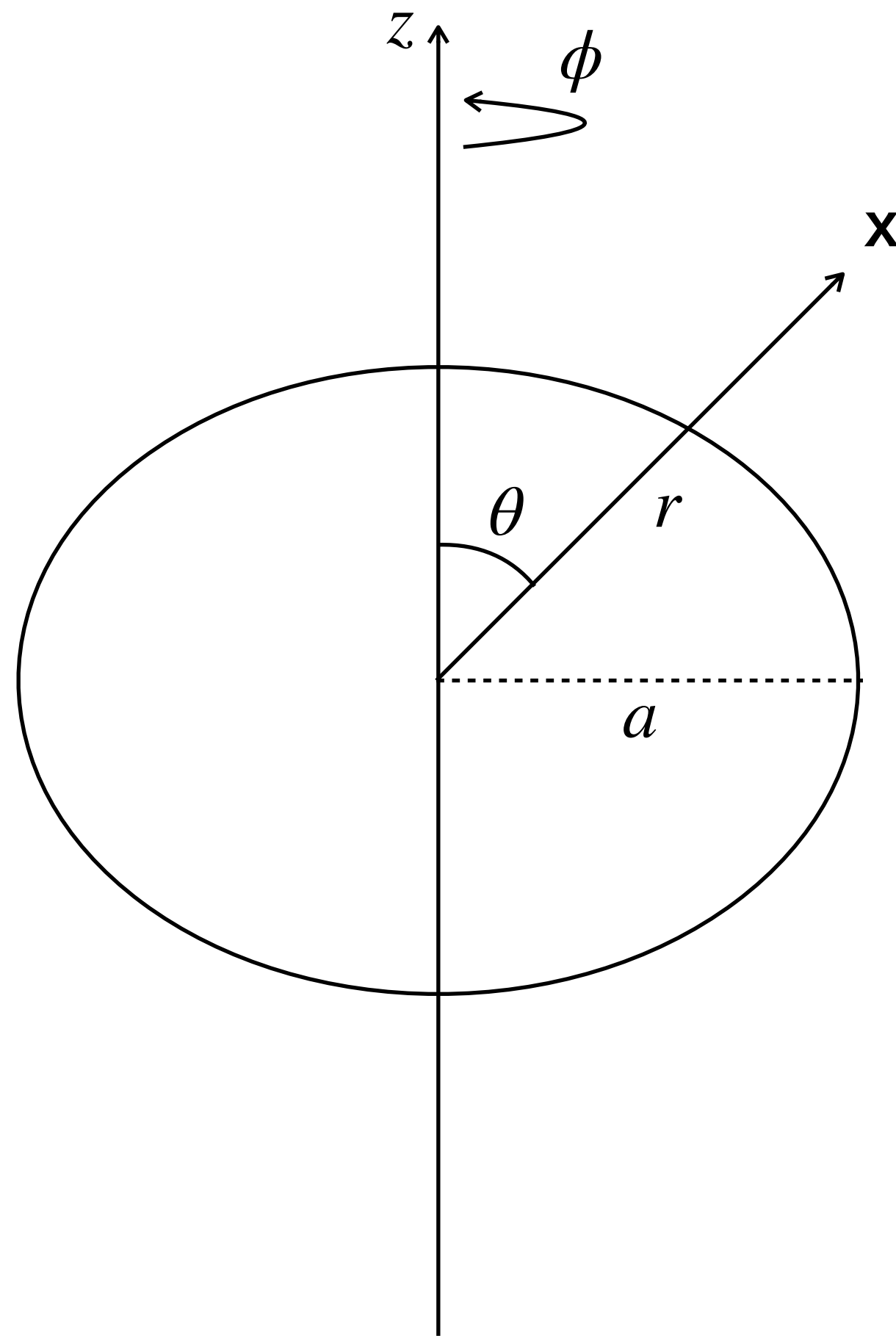
$$I = \frac{8}{15} \pi \rho R^5 \quad \text{— (2)}$$

慣性モーメントファクター MoI (無次元化した I) を定義する.

$$\text{MoI} \equiv \frac{I}{MR^2} \quad \text{— (3)}$$

$$\text{MoI} = \frac{I}{4\pi\rho R^5/3} = \frac{2}{5} = 0.4 \quad \text{— (4)}$$

慣性モーメントの観測的見積もり



人工衛星の軌道 → 重力場の球面調和関数展開の各係数
原点を重心とし， ϕ 方向に回転対称と仮定すると，

$$V = -\frac{GM}{r} + J_2 \frac{GMa^2}{r^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) + \dots \quad (1).$$

J_2 (観測量) は慣性モーメントと以下の関係がある. (※)

$$J_2 = \frac{C - A}{Ma^2} \quad (2). \quad A, C \text{ は長軸}(x, y) \cdot \text{短軸}(z) \text{周りの慣性モーメント.}$$

一方，歳差運動の周期 (観測量) から，

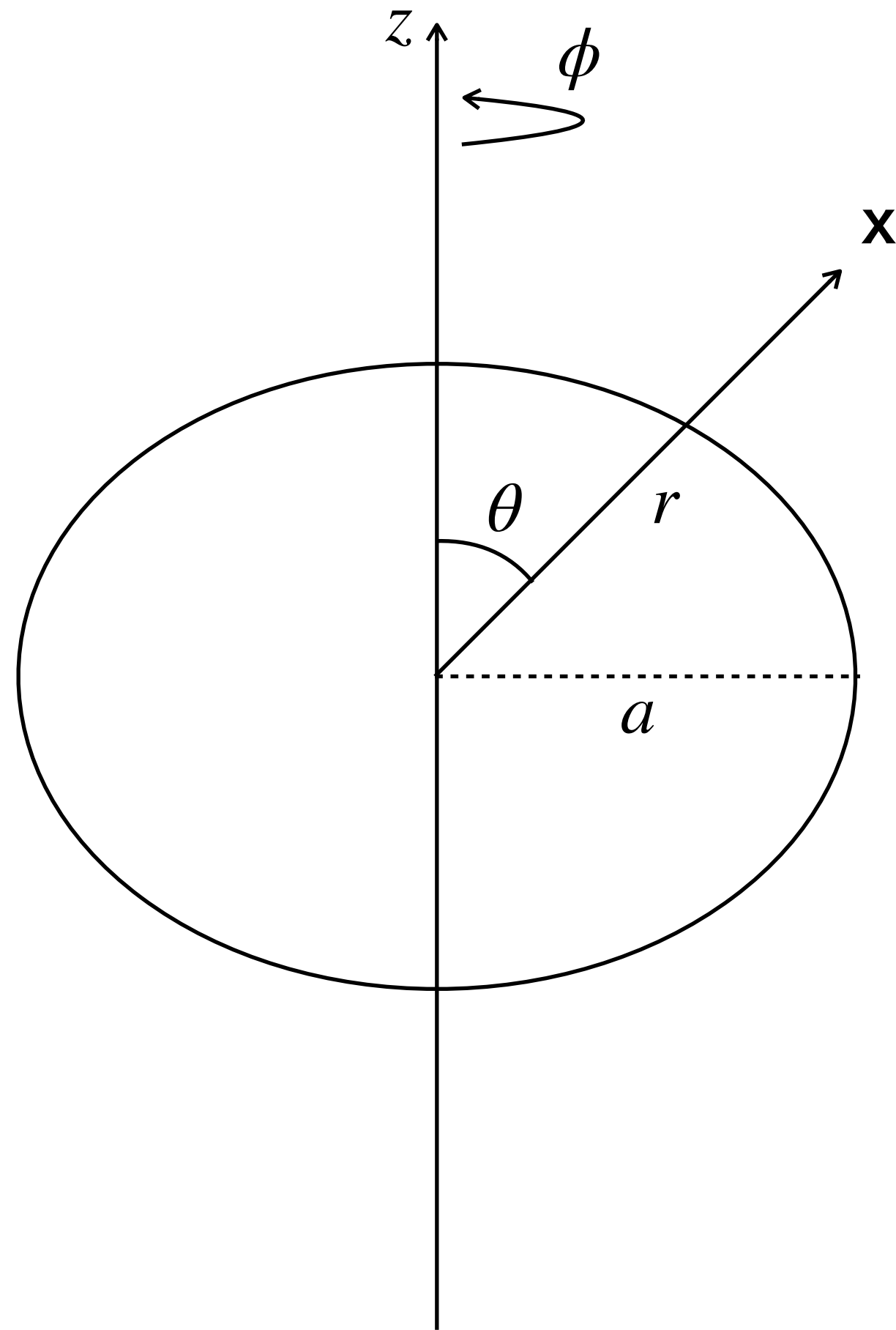
$$\text{力学的扁平率 } H \equiv \frac{C - A}{C} \quad (3) \text{ がわかる. (※)}$$

(2), (3) より

$$\text{慣性モーメントファクタ} - \frac{C}{Ma^2} = \frac{J_2}{H} \quad (4).$$

※ 導出は Stacey & Davis (2008) *Physics of the Earth, 4th edition* など

慣性モーメントの観測的見積もり

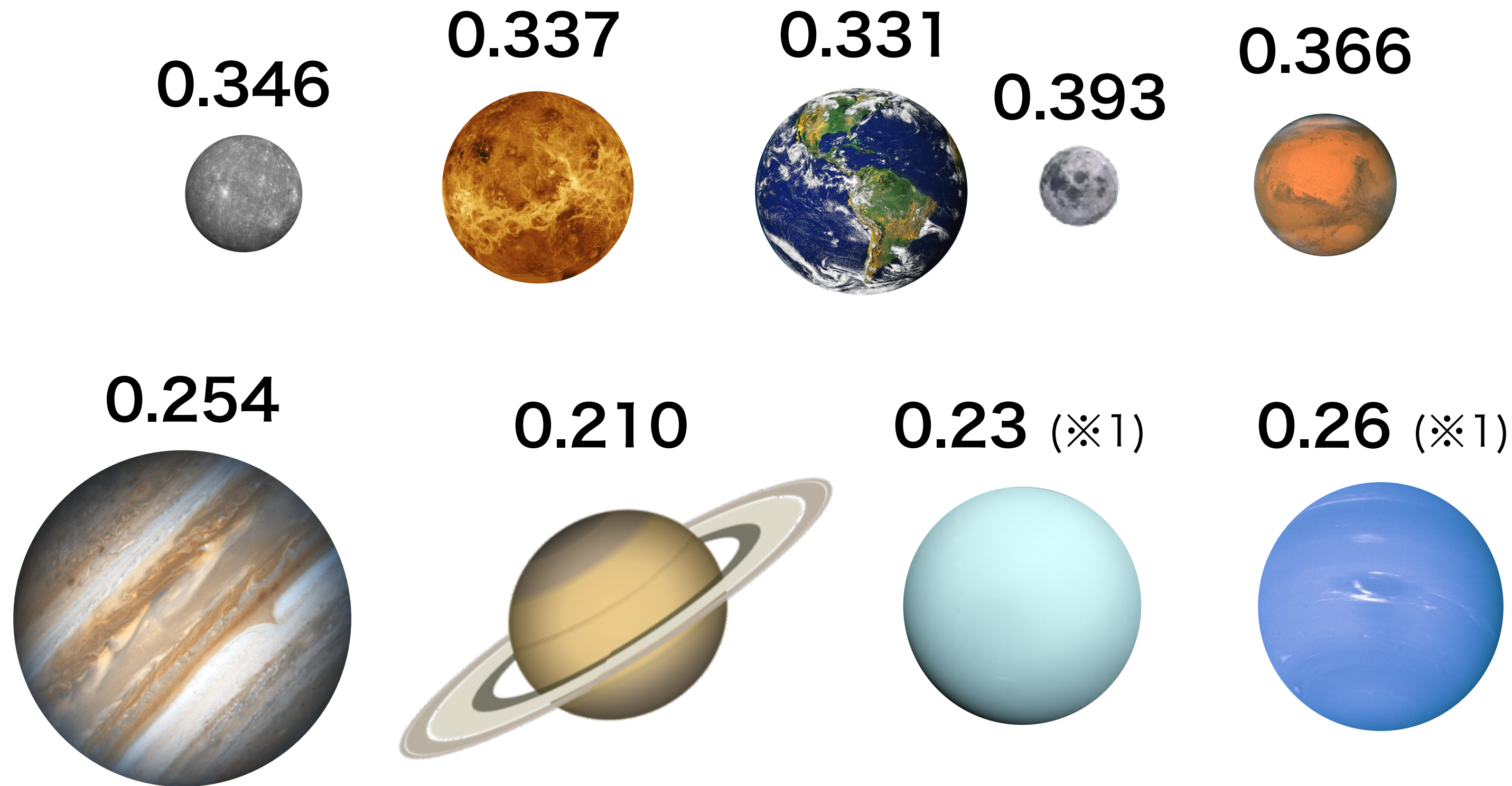


地球の場合, $J_2 = 1.082626 \times 10^{-3}$, $H = 3.27329 \times 10^{-3}$ より,

$$\frac{C}{Ma^2} = \frac{J_2}{H} = 0.33098 < 0.4 \quad \text{— (5).}$$

中心への質量の集中(鉄コア, 自己重力圧縮)を反映.

太陽系天体の慣性モーメント



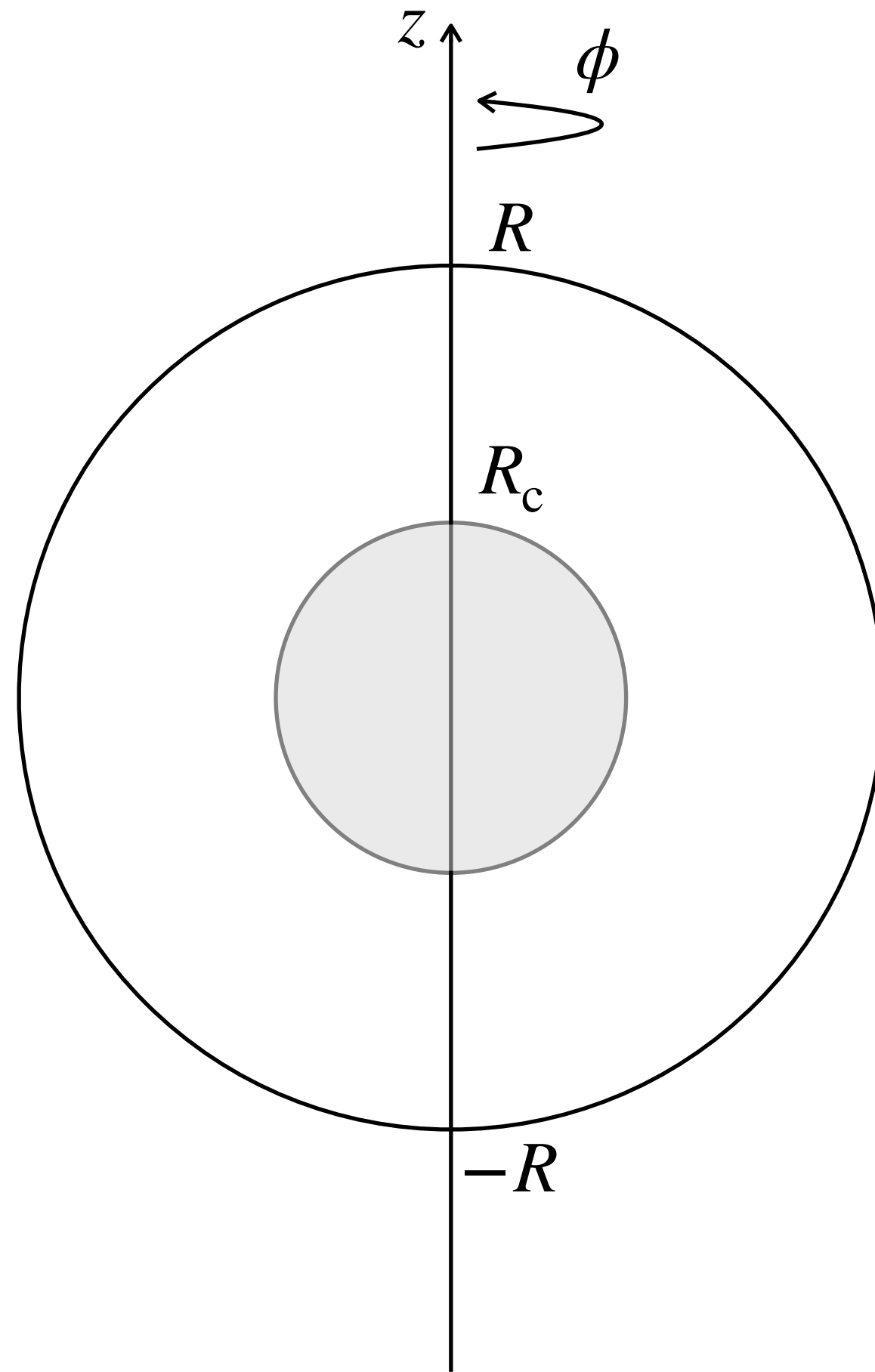
- どの惑星も0.4を下回る
 - 分化・コアの存在
 - 圧縮
- 岩石天体
 - 大きい天体ほど小さい値
 - 水星はこの傾向から外れる
- 巨大ガス惑星・氷惑星
 - 岩石惑星よりさらに小さい値
 - 明確なサイズ依存性はない

※1 形状から推定したモデル値

※2 大雑把な比較のため、すべて誤差を省略して表記

二層モデルの慣性モーメント

天体半径 R , 質量 M
マントル密度 ρ_m , コア密度 ρ_c



マントル, コアそれぞれの慣性モーメント I_m, I_c は,

$$I_m = \frac{8}{15}\pi R^5 \rho_m - \frac{8}{15}\pi R_c^5 \rho_m \quad (1), \quad I_c = \frac{8}{15}\pi R_c^5 \rho_c \quad (2).$$

天体質量 M は,

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_m - \frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho_m + \frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho_c \quad (3)$$

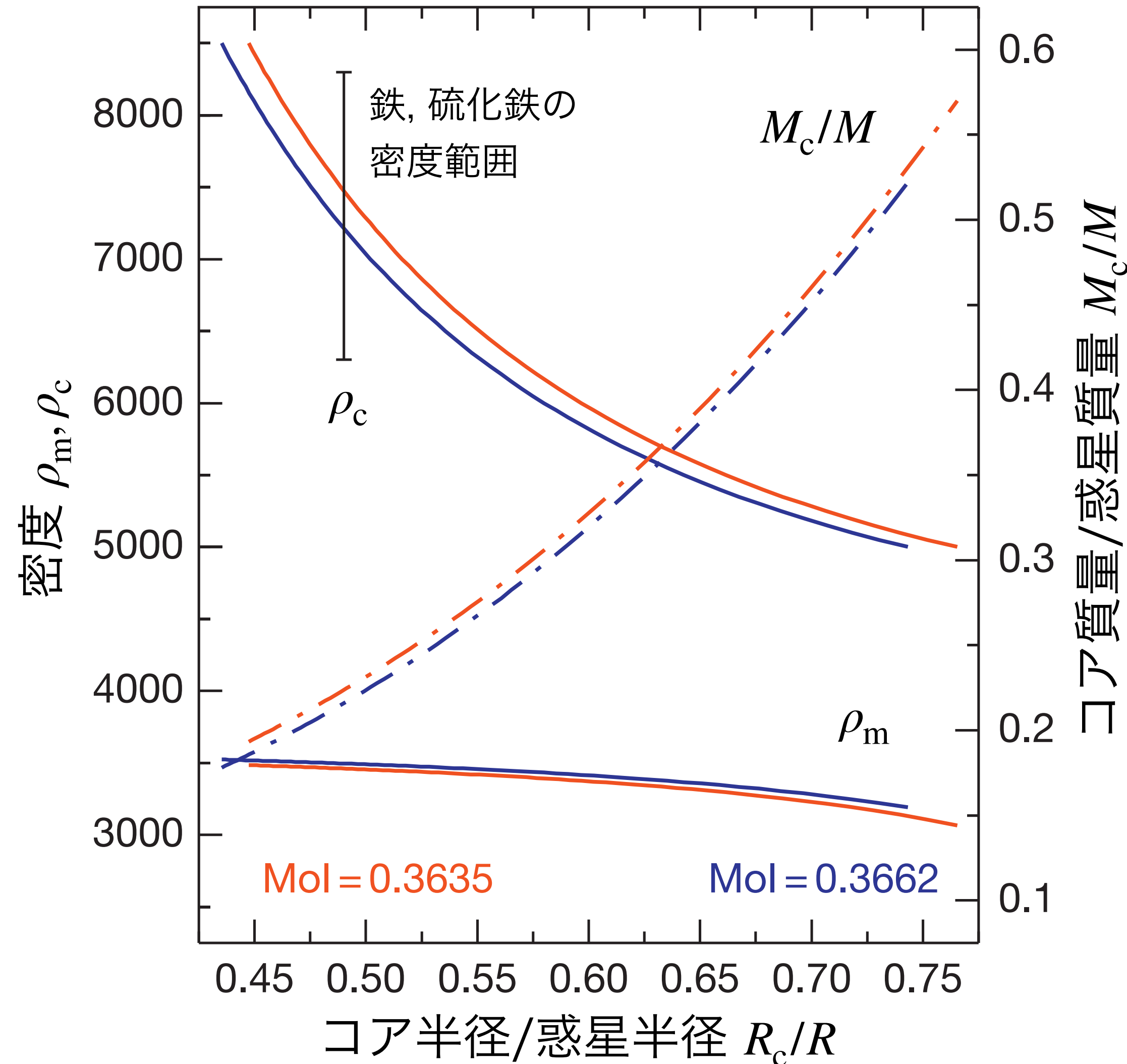
(1)-(3)より慣性モーメントファクターは,

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1 + \left(\frac{R_c}{R}\right)^5 \left(\frac{\rho_c}{\rho_m} - 1\right)}{1 + \left(\frac{R_c}{R}\right)^3 \left(\frac{\rho_c}{\rho_m} - 1\right)} \quad (4)$$

(3), (4)を連立すると, 未知数は $R_c/R, \rho_m, \rho_c$ の3つ.

→ 1変数を与えると, 残り2変数が決まる.

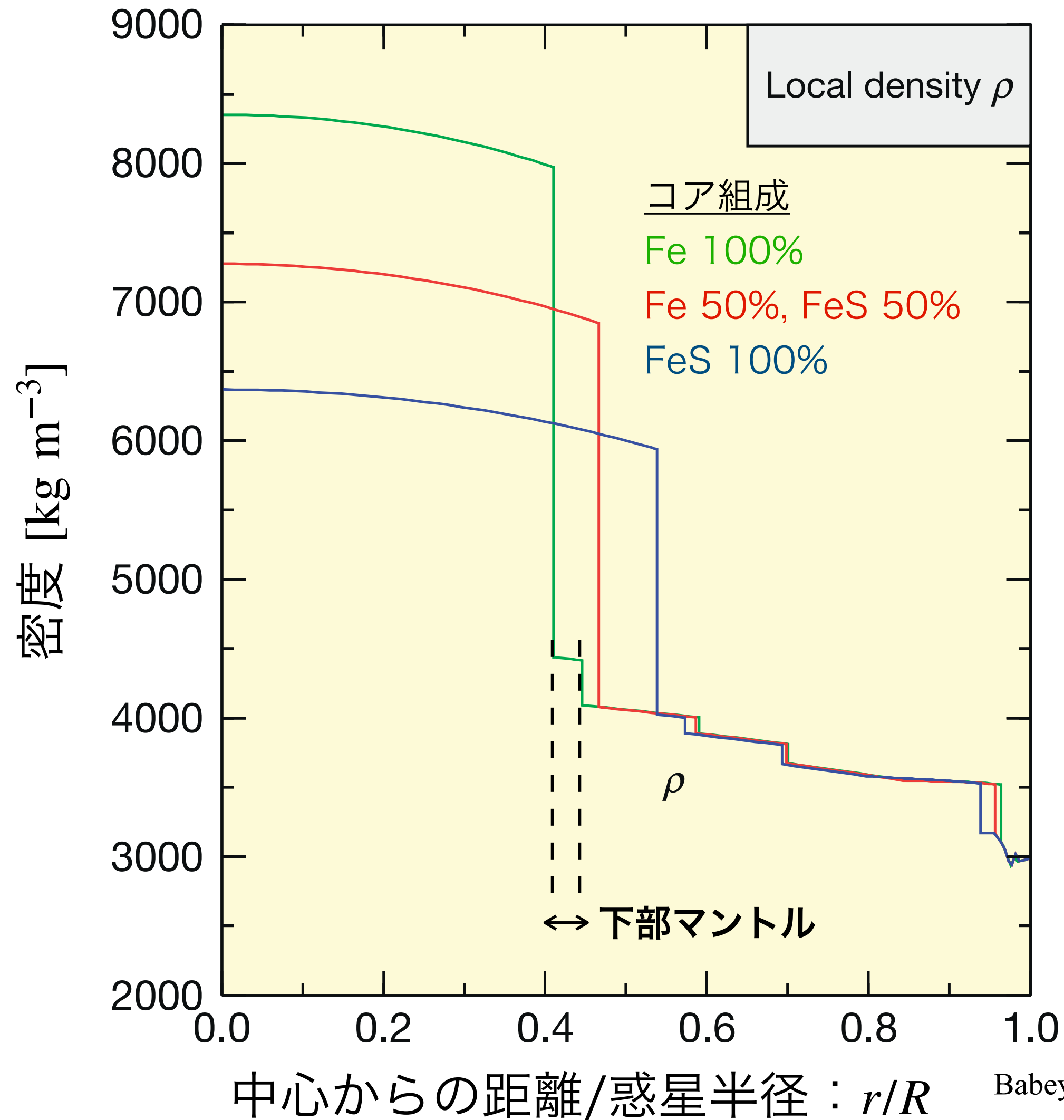
二層モデルの応用例：火星



- 構造が一意に求められない
(\leftrightarrow 地震波測定が利用できる地球)
- コア半径 R_c 大 \rightarrow 密度 ρ_c 小
- ρ_c を鉄・硫化鉄の範囲と仮定すると
 $R_c/R \simeq 0.4 - 0.55$, $M_c/M \simeq 0.15 - 0.27$

火星の内部構造

球対称1次元の火星内部構造モデル

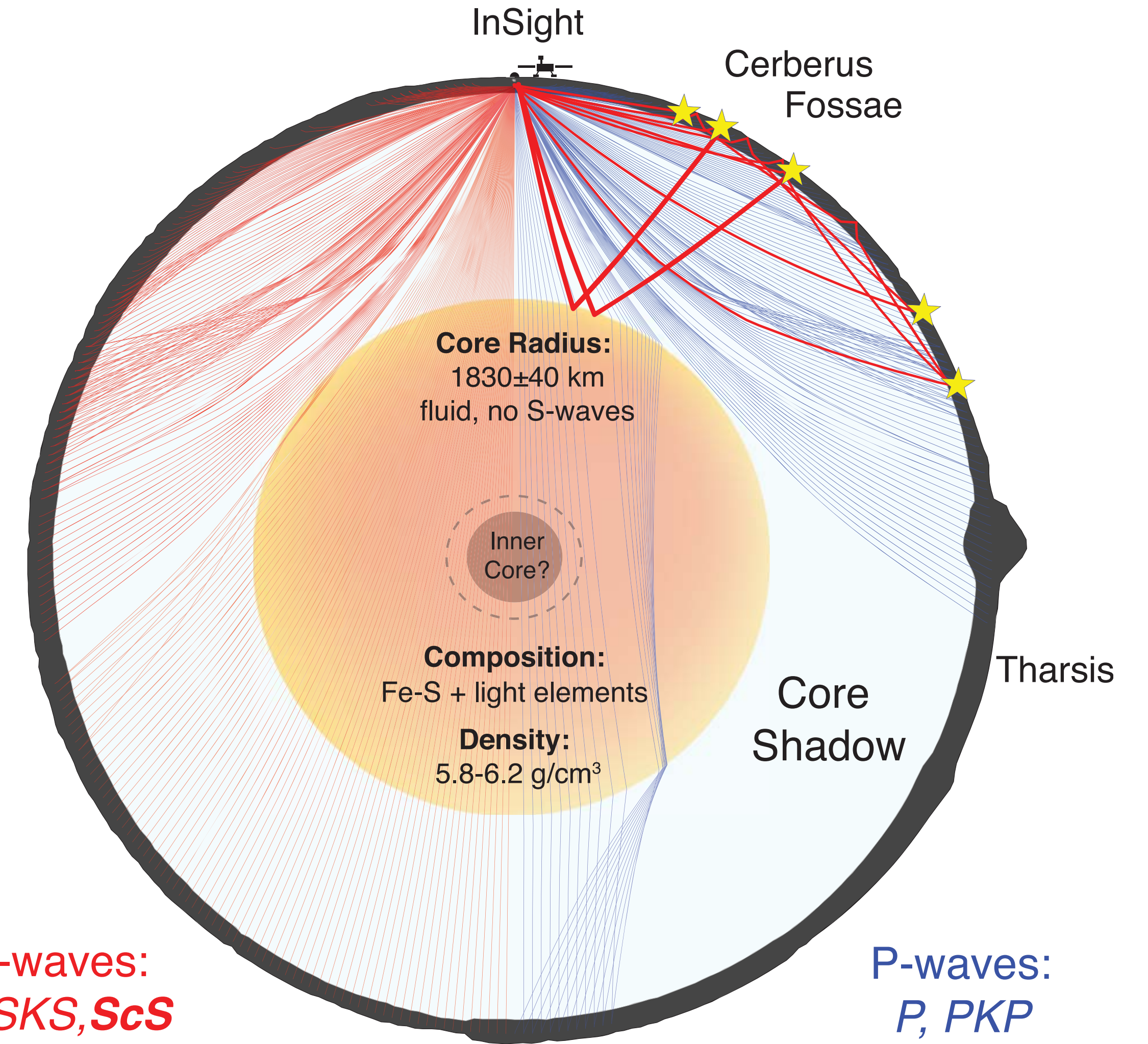
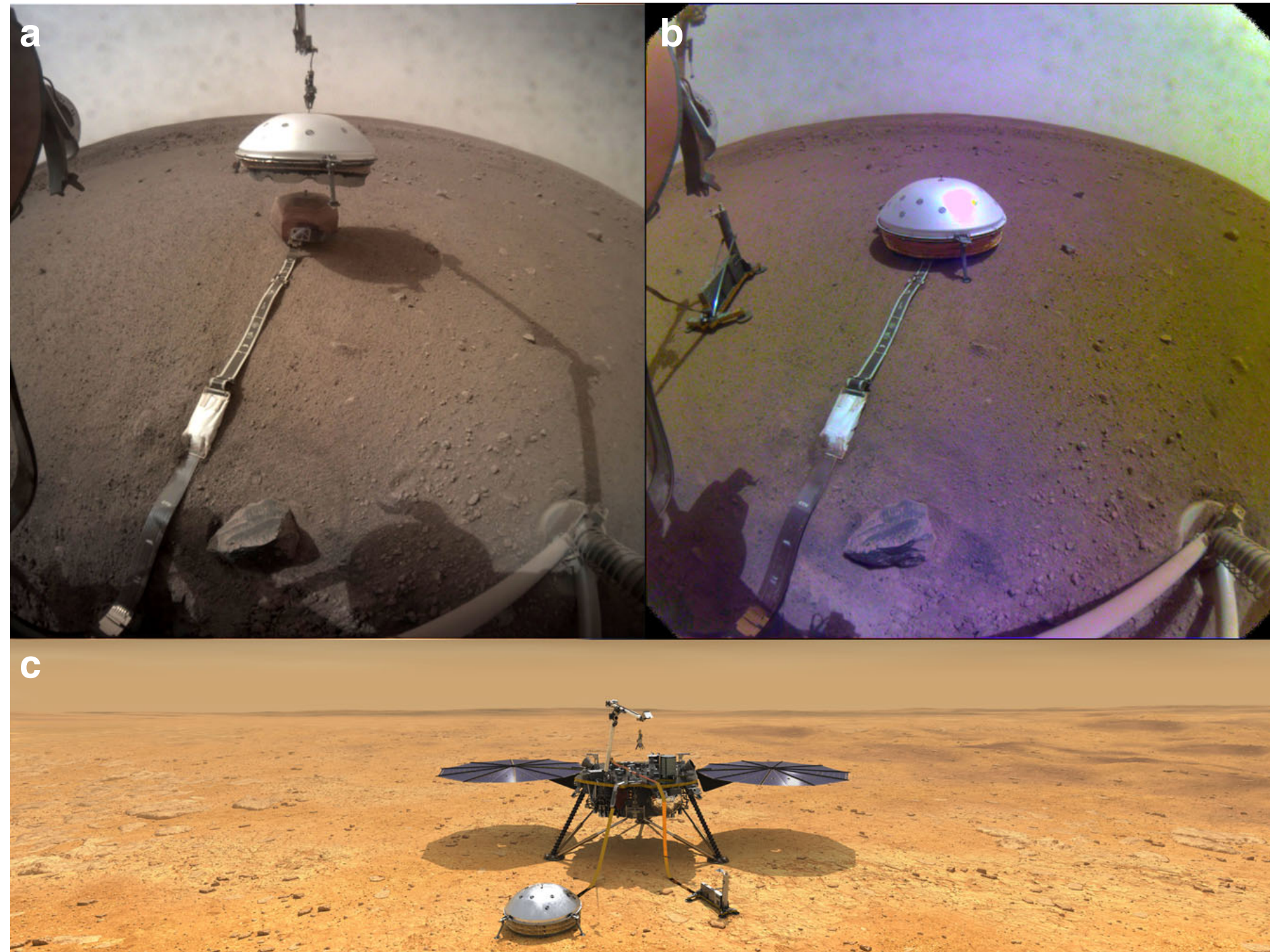


- コアのサイズ・化学組成に依存して、マントル・構造にも不定性
- 純鉄モデル：下部マントル(ペロブスカイト)が存在
- 硫化鉄モデル：下部マントルが存在しない

Babeyko & Zharkov (2000) *PEPI*

火星の地震波観測

火星 InSight 着陸機搭載の地震計 (Image credit: NASA/JPL-Caltech)



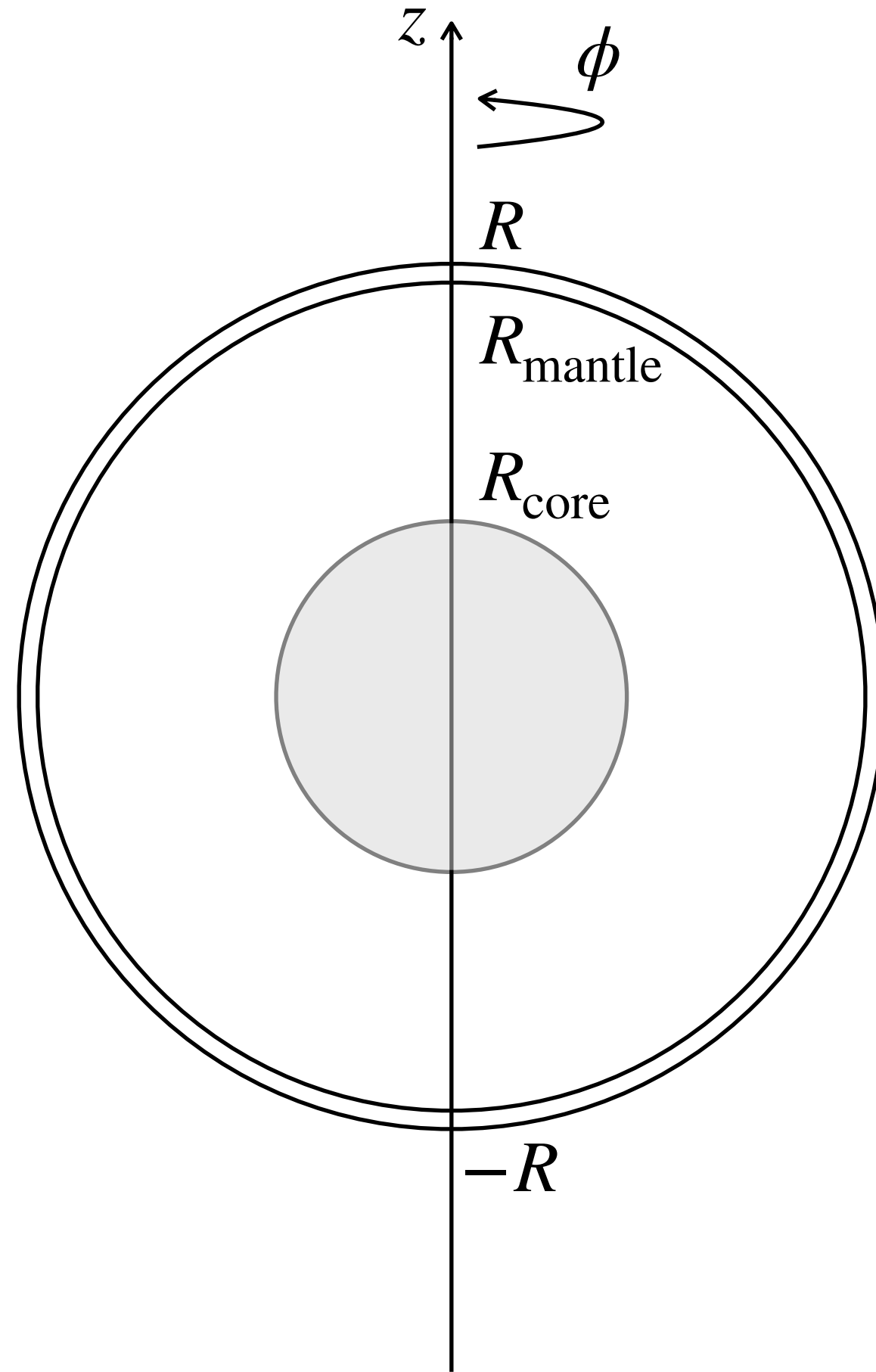
コア-マントル境界からの反射波の検出
→ コアは**大きく** ($R_c/R = 0.54 \pm 0.01$),
低密度 ($\rho = 5,800-6,200 \text{ kg/m}^3$)

Stähler et al. (2021) *Science*

三層モデル

天体半径 R , 質量 M

地殻密度 ρ_{crust} , マントル密度 ρ_{mantle} , コア密度 ρ_{core}



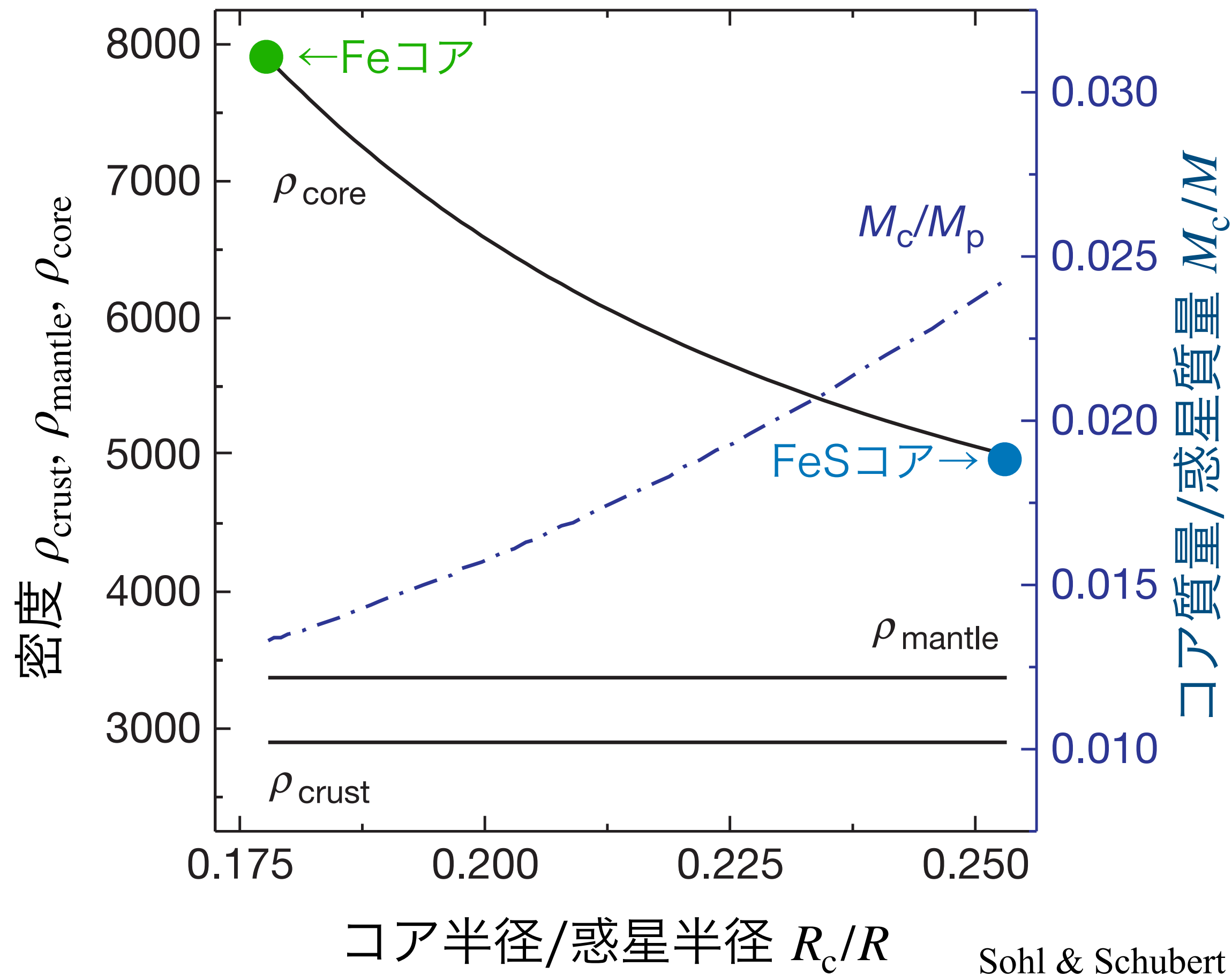
地殻・マントル・コア三層モデルへも当然拡張できる.

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{(R^5 - R_{\text{mantle}}^5)\rho_{\text{crust}} + (R_{\text{mantle}}^5 - R_{\text{core}}^5)\rho_{\text{mantle}} + R_{\text{core}}^5\rho_{\text{core}}}{(R^3 - R_{\text{mantle}}^3)\rho_{\text{crust}} + (R_{\text{mantle}}^3 - R_{\text{core}}^3)\rho_{\text{mantle}} + R_{\text{core}}^3\rho_{\text{core}}} \quad (1)$$

観測的制約が少ないことから, 三層モデルが十分実用的.

月の小さいコア

三層モデル ($MoI = 0.3931$, $\rho_{crust} = 2900 \text{ kg m}^{-3}$ $D_{crust} = 60 \text{ km}$)

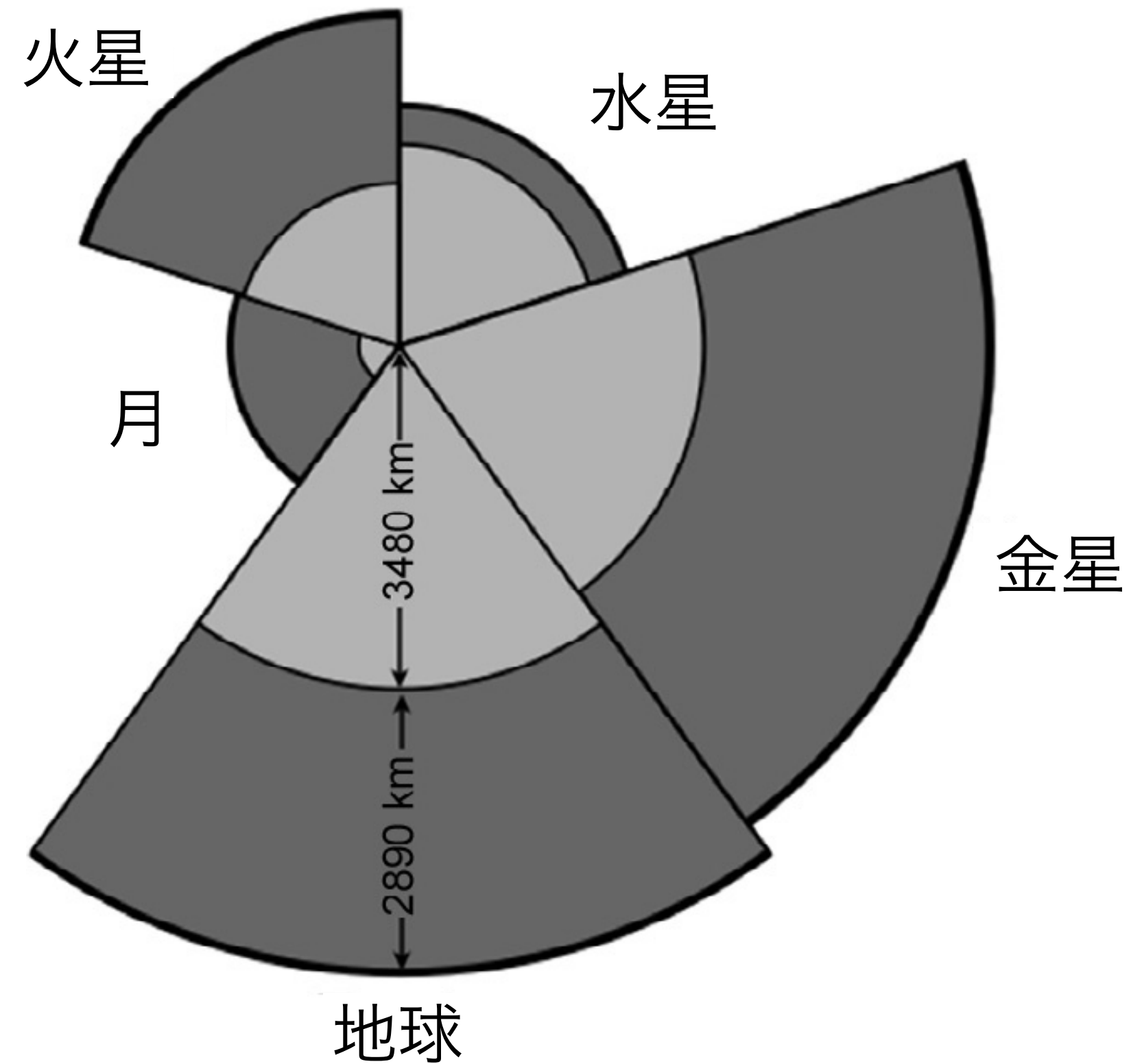


- $MoI = 0.3931$ (< 0.4)
→ 小さいコア ($M_c/M \simeq 0.013 - 0.024$)
↔ 地球 ($M_c/M = 0.325$)
→ 巨大衝突による形成
- 地震波, 誘導磁場からの見積もりとよく合う
(Nakamura et al., 1974; Shimizu et al., 2013)
- 地殻残留磁場の存在と整合的
(Hood and Jones, 1987)

Sohl & Schubert (2015)
in *Treatise on Geophysics 2nd Edition*

大きいコアを持つ水星

地球型惑星・月のコアサイズ



Tosi et al. (2014) in *Encyclopedia of the Solar System*

水星

高密度 ($\approx 5400 \text{ kg m}^{-3}$), 小さい慣性モーメント ($= 0.346$)

→ 大きなコアを持つ ($R_c/R = 0.8$)

→ 巨大衝突でマントルが剥ぎ取られた?

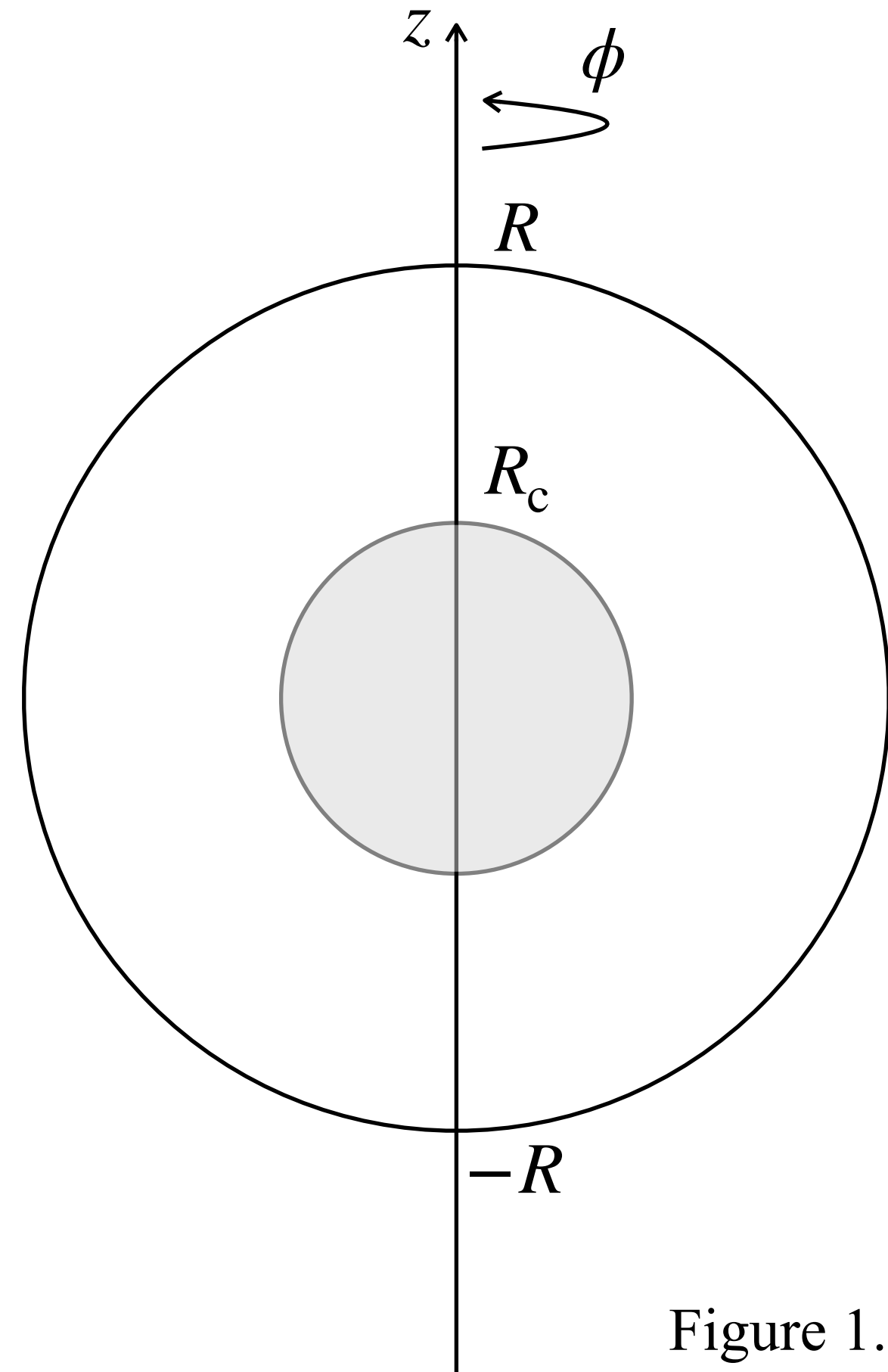
↔ 水星は意外にも揮発性元素に富む
(e.g., カリウム; Peplowski et al. 2011)

まとめ

- 内部構造の推定方法：平均密度，慣性モーメント，重力場，磁場
- ダイナモ磁場，残留磁化 → ダイナモ領域の存在（鉄コアなど）
- 地震波 → 詳細な地球の内部構造モデル，コア中の軽元素，月・火星のコア
- 慣性モーメント：天体の回転させにくさ，質量の中心集中度
 - 構造は一意に決まらないが，コアサイズ・密度などを制約
 - 水星の大きいコア

レポート課題 (4/29 17時締切)

天体半径 R , 質量 M
マントル密度 ρ_m , コア密度 ρ_c



1. 密度一様球の慣性モーメントファクターが0.4であることを示せ.
2. 二層モデルの球 (Figure 1) において,
 $R_c = R/2, \rho_c/\rho_m = 8/3$ (鉄/岩石) とした時,
慣性モーメントファクター $\frac{I}{MR^2}$ を有効数字3桁で計算せよ.

Figure 1. 二層モデルの球状天体