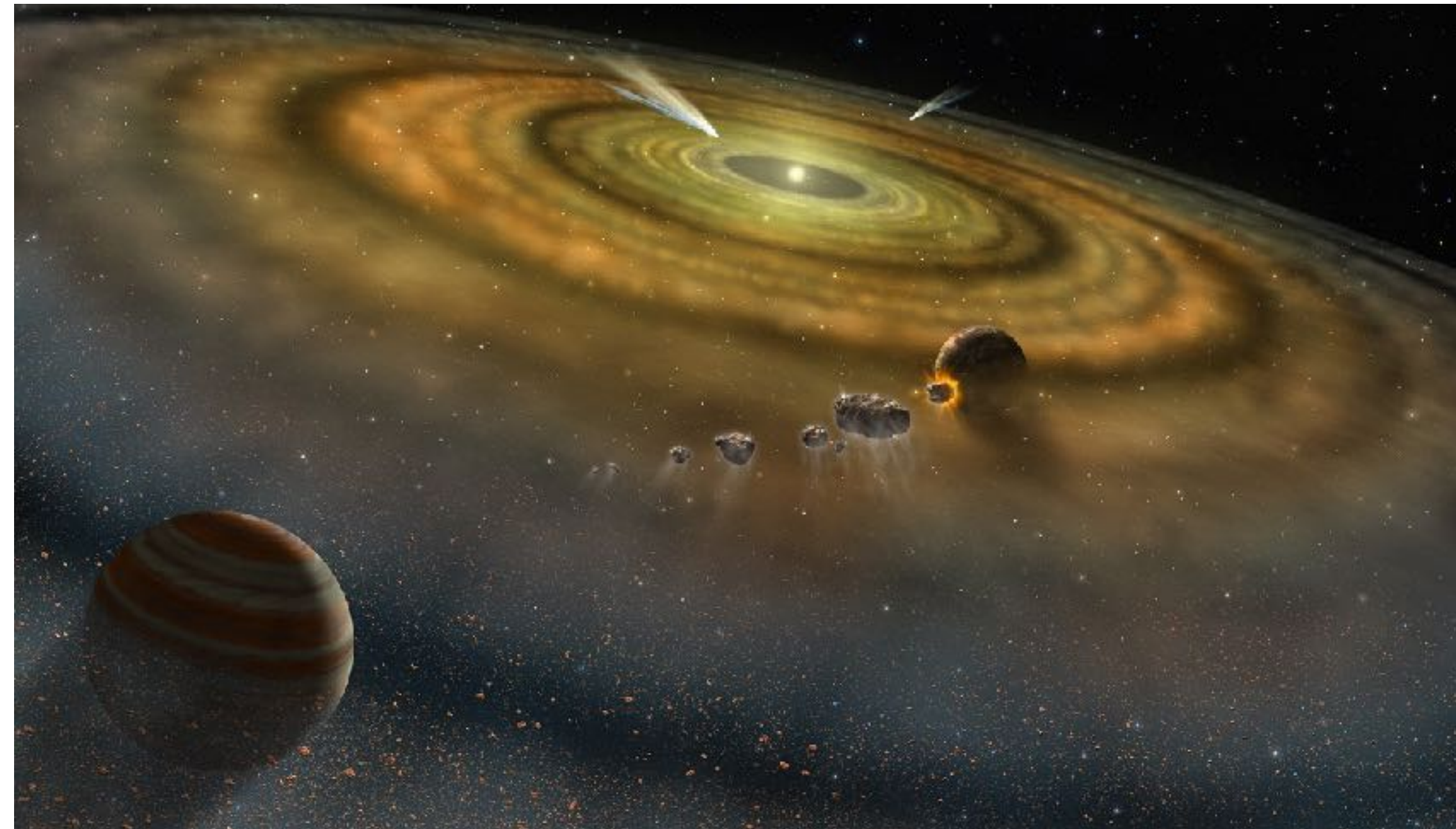


地球惑星圏物理学

第10回：惑星系形成の標準モデル



黒川 宏之

東京工業大学 地球生命研究所

hiro.kurokawa@elsi.jp

レポート課題 解答

1. 太陽風が音速に達する臨界点の位置を太陽半径・天文単位 (au) の2つの単位でそれぞれ求めよ(有効数字1桁).

$$v \frac{dv}{dR} \left(1 - \frac{c_s^2}{v^2} \right) = \frac{2c_s^2}{R} - \frac{v_{\text{esc}}^2}{2R^2} \quad \text{--- (6)}$$

(6)の右辺 = 0 となる臨界点 R_c は $R_c = \frac{v_{\text{esc}}^2}{4c_s^2}$ --- (7)

$c_s = 130 \text{ km/s}$, $v_{\text{esc}} = 620 \text{ km/s}$ を代入

$$R_c \sim 6 \quad \text{--- (8)}$$

太陽半径の 6倍 = 0.03 au

レポート課題 解答

2. (余裕のある人は) 太陽風の速度分布を記述する(6)式を導出せよ.

流体力学の基礎方程式

● 質量保存の式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ — (1)

● 運動量保存の式 $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{GM_{\odot}}{r^3} \mathbf{r}$ — (2)

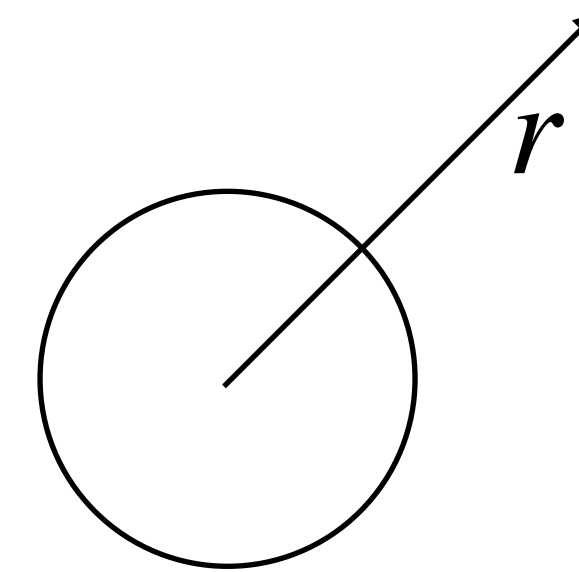
(1), (2)に定常 $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$, 球対称 $\left(\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \phi} = 0\right)$, 理想気体(等温)を仮定すると

● 運動量保存の式 $v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{GM_{\odot}}{r^2}$ — (3)

● 質量保存の式 $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr}(r^2 \rho v) = 0$ — (4)

(3), (4)と理想気体の状態方程式 $p = nk_B T$ — (5) を連立

太陽
質量 M_{\odot}
半径 R_{\odot}



ガス
速度 v
圧力 p
密度 ρ
数密度 $n = \rho/m$
温度 T

(5)を(3)を代入して p を消去

$$v \frac{dv}{dR} = -\frac{c_s^2}{n} \frac{dn}{dR} - \frac{v_{\text{esc}}^2}{R^2} \quad \text{— (9)}$$

(4)より $\frac{dn}{dR} = -\frac{n}{vR^2} \frac{d}{dR}(R^2 v)$ を(9)に代入

整理すると(6)を得る

4.2 惑星系形成の標準モデル

標準モデルとその限界

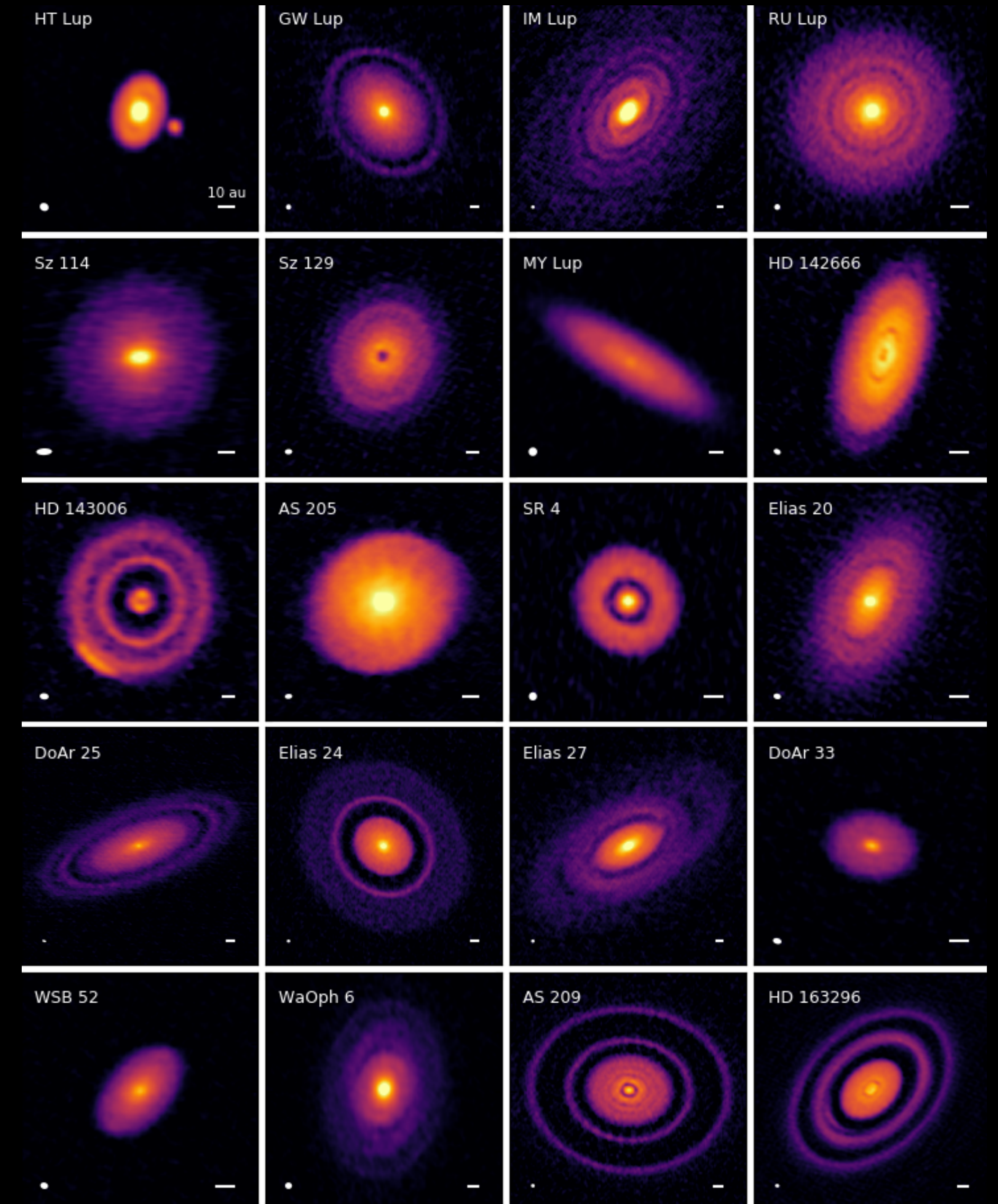
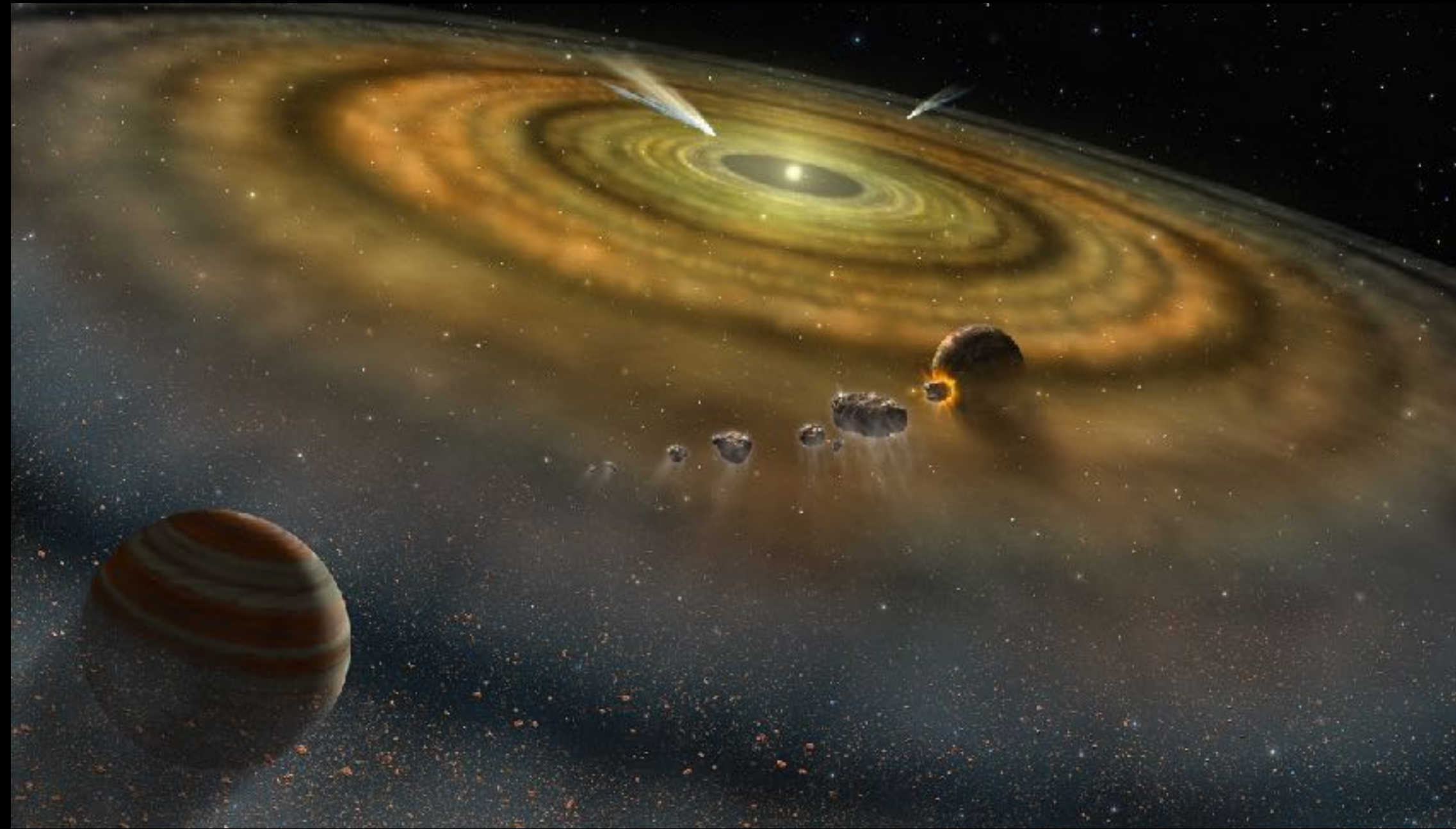
惑星形成の標準モデル (今回)

- 太陽系の惑星の分布をもとにつくられた初期条件からの惑星形成
- **大きな仮定：原始惑星系円盤内の物体の軌道半径は時間進化しない**
- 素過程の中にはうまく機能しないものもあるが、大枠では太陽系の惑星の分布を再現できる

標準モデルからのアップデート (次回)

- 系外惑星の分布を説明する必要
- 上述の仮定をはずす
- 標準モデルが破綻している部分を考えなおす

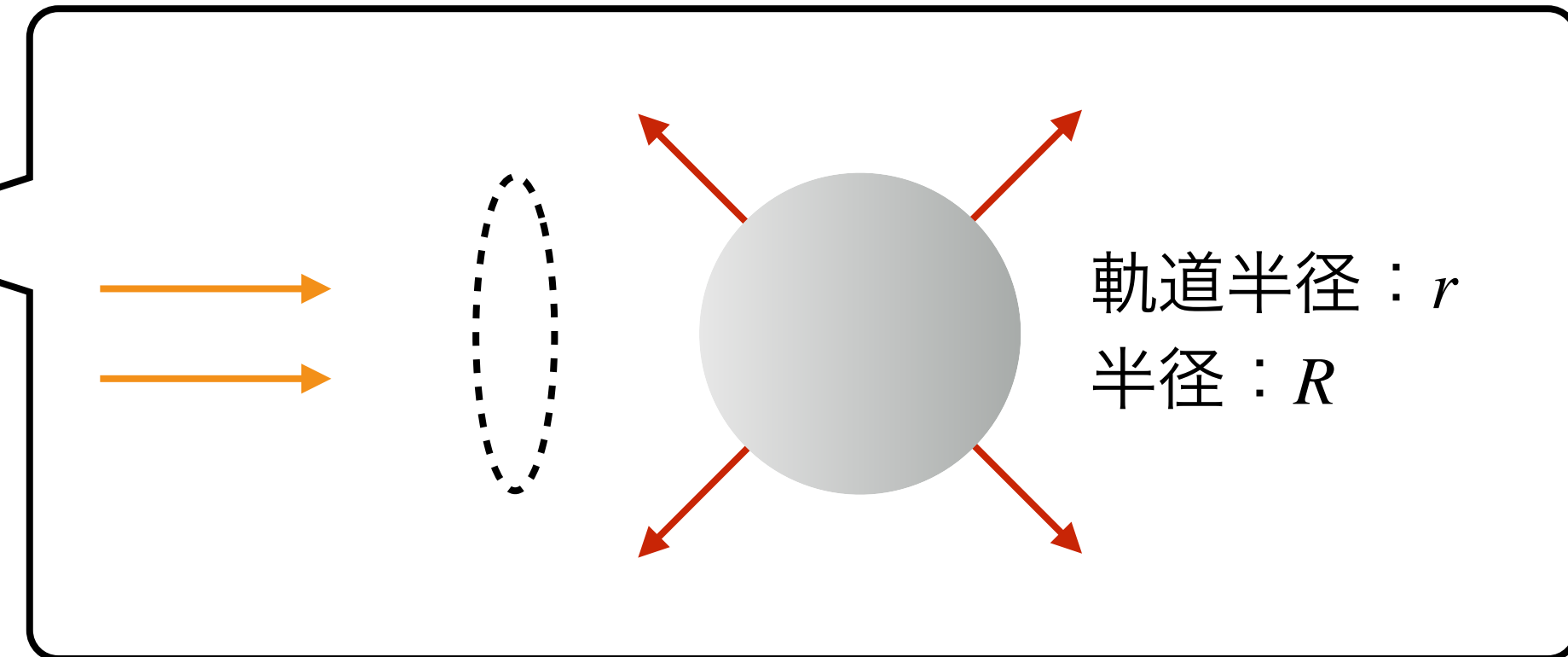
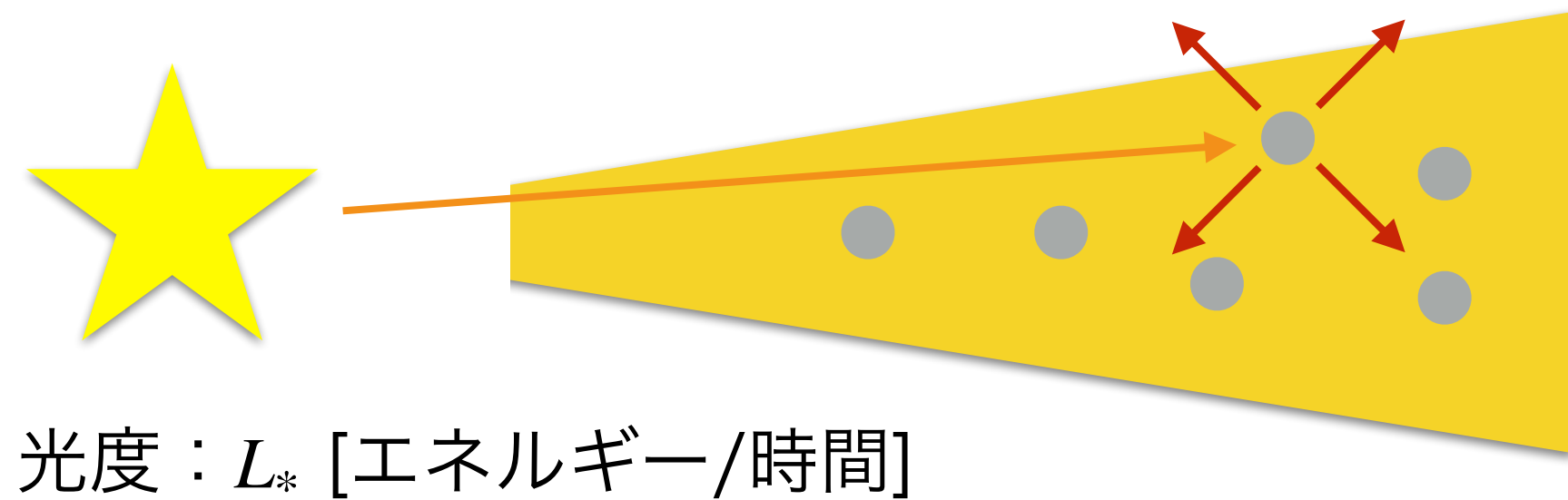
原始惑星系円盤



アルマ望遠鏡で撮影された原始惑星系円盤(ダスト放射光)

Andrews et al. (2018) *Astrophys. J.*

原始惑星系円盤の温度 (光学的に薄い円盤)



ダストのエネルギー収支

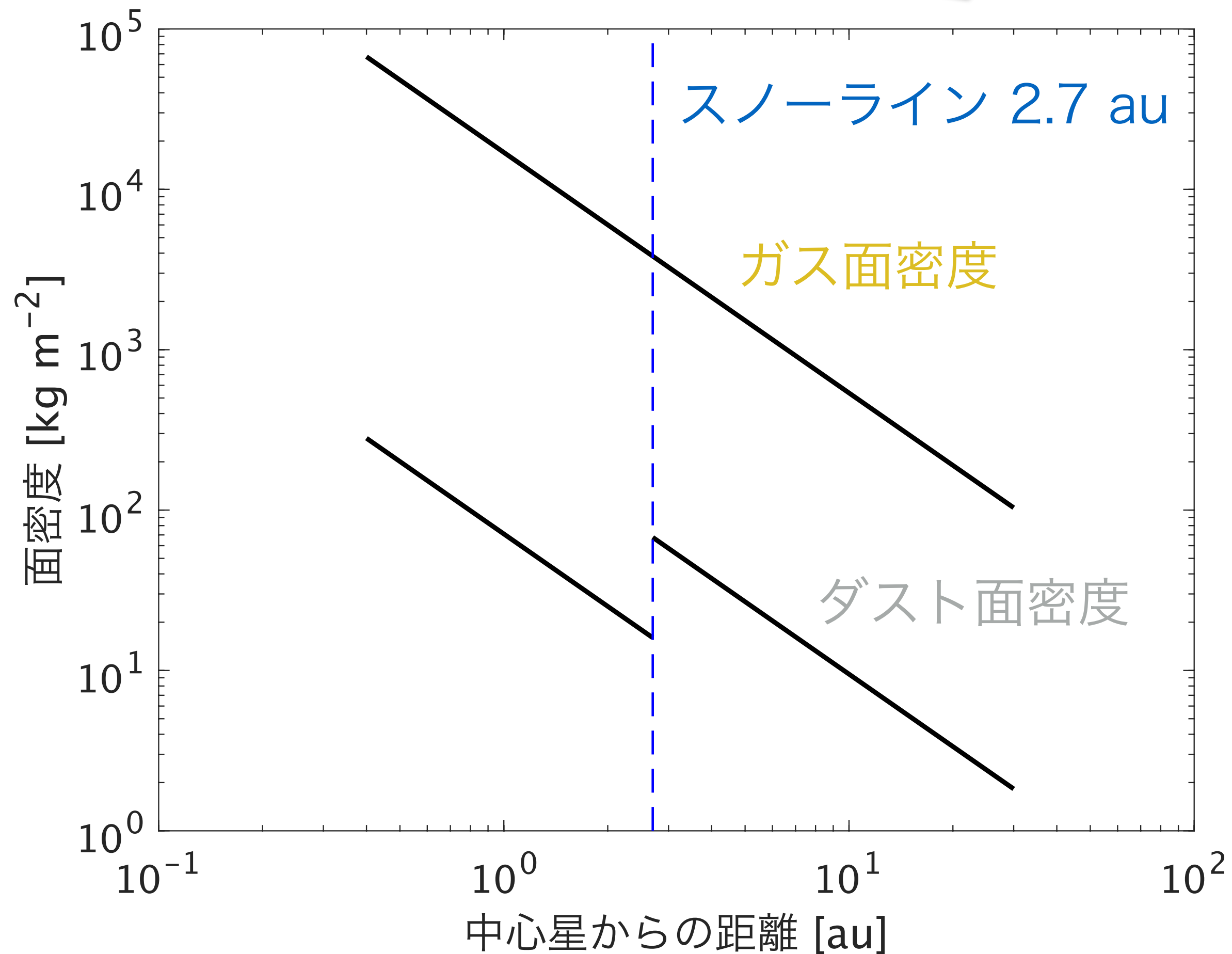
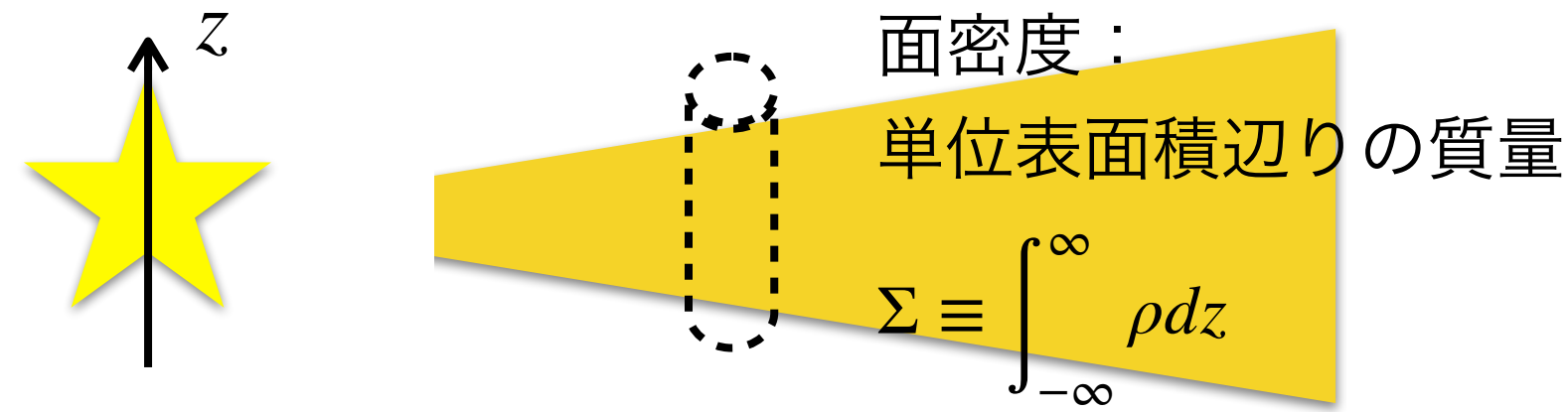
$$\text{加熱率 } \dot{Q}_* = \pi R^2 \cdot \frac{L_*}{4\pi r^2} \quad \text{— (1)}$$

$$\text{冷却率 } \dot{Q}_d = 4\pi R^2 \cdot \sigma_{\text{SB}} T^4(r) \quad \text{— (2)}$$

$$\sigma_{\text{SB}} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ (シュテファン=ボルツマン定数)}$$

$$(1)=(2) \text{ より, } T \simeq 280 \left(\frac{L_*}{L_{\odot}} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{-\frac{1}{2}} \text{ K} \quad \text{— (3).} \quad \text{簡単なのでよく使われるモデル}$$

原始惑星系円盤の質量分布



最小質量円盤モデル (Minimum Mass Solar Nebula Model)

- 別名：林モデル と呼ばれる
- 太陽系の固体物質(惑星)を滑らかに分布
- 太陽元素組成にもとづきガスを加える

ガス面密度

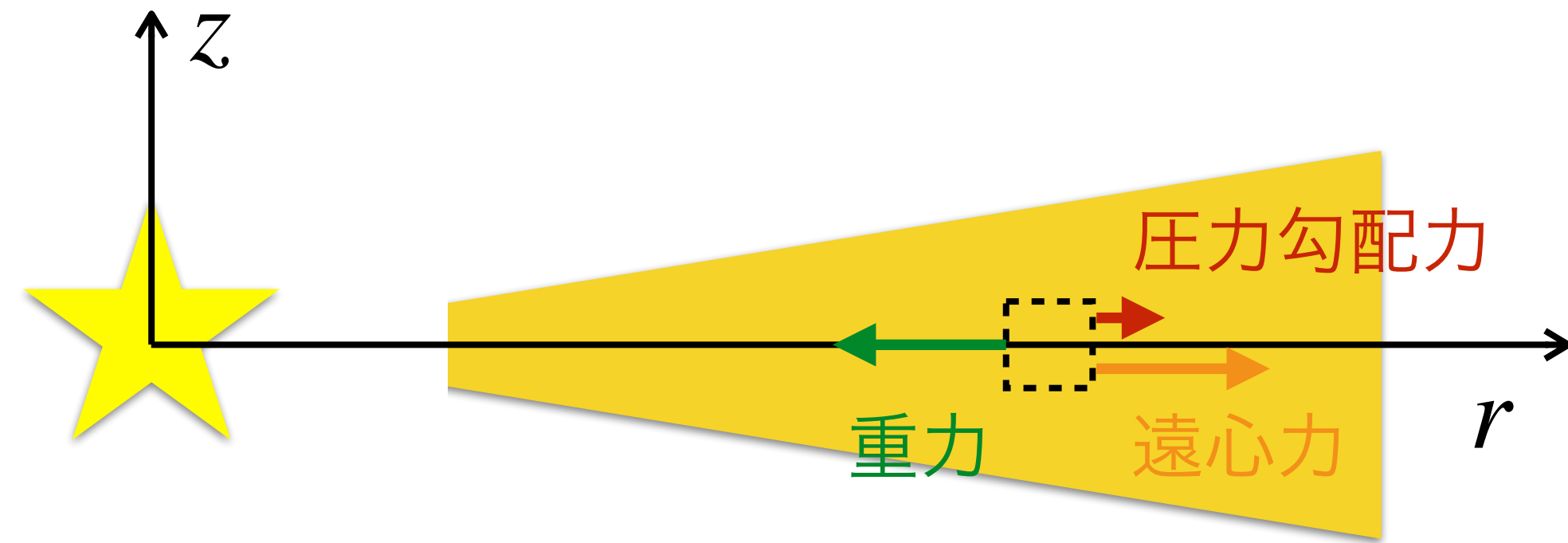
$$\Sigma_g = 1.7 \times 10^4 \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{-\frac{3}{2}} \text{ kg m}^{-2}$$

ダスト面密度

$$\Sigma_d = 71 \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{-\frac{3}{2}} \text{ kg m}^{-2} \quad (r < 2.7 \text{ au})$$

$$\Sigma_d = 300 \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{-\frac{3}{2}} \text{ kg m}^{-2} \quad (r > 2.7 \text{ au})$$

円盤の回転



r 方向の力の釣り合いを考える

$$\frac{GM_*}{r^2} = r\Omega^2 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \text{--- (1)} \quad (p: \text{圧力}, \rho: \text{密度})$$

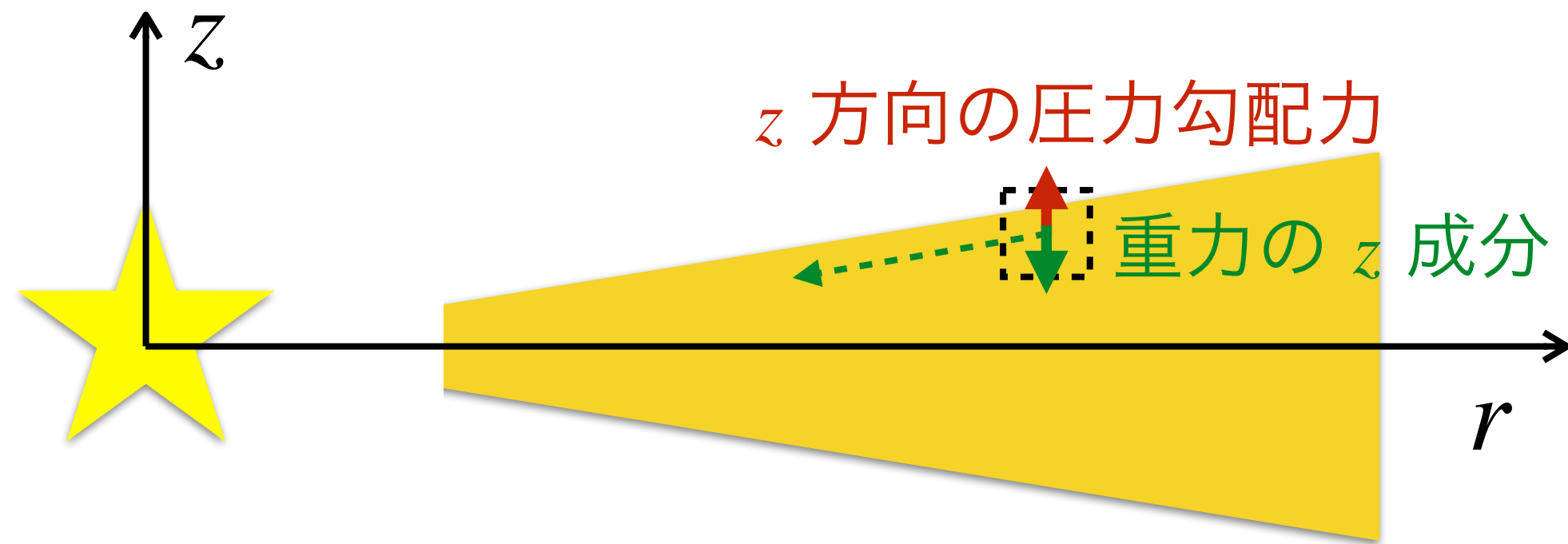
圧力勾配力は他2項と比べて十分小さいため、これを無視すると

$$\Omega(r) \simeq \left(\frac{GM_*}{r^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{--- (2)} \quad \equiv \Omega_K \text{ ケプラー角速度}$$

→ 円盤は差動回転している

※ 実際には圧力勾配力により、 Ω はわずかに Ω_K より小さい (ダスト運動に影響, 後述)

原始惑星系円盤の厚み



z 方向の力の釣り合いを考える

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{GM_*}{r^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \simeq \frac{GM_*}{r^3} z = \Omega_K^2 z \quad \text{--- (1)}$$

ここでは $z \ll r$ とした

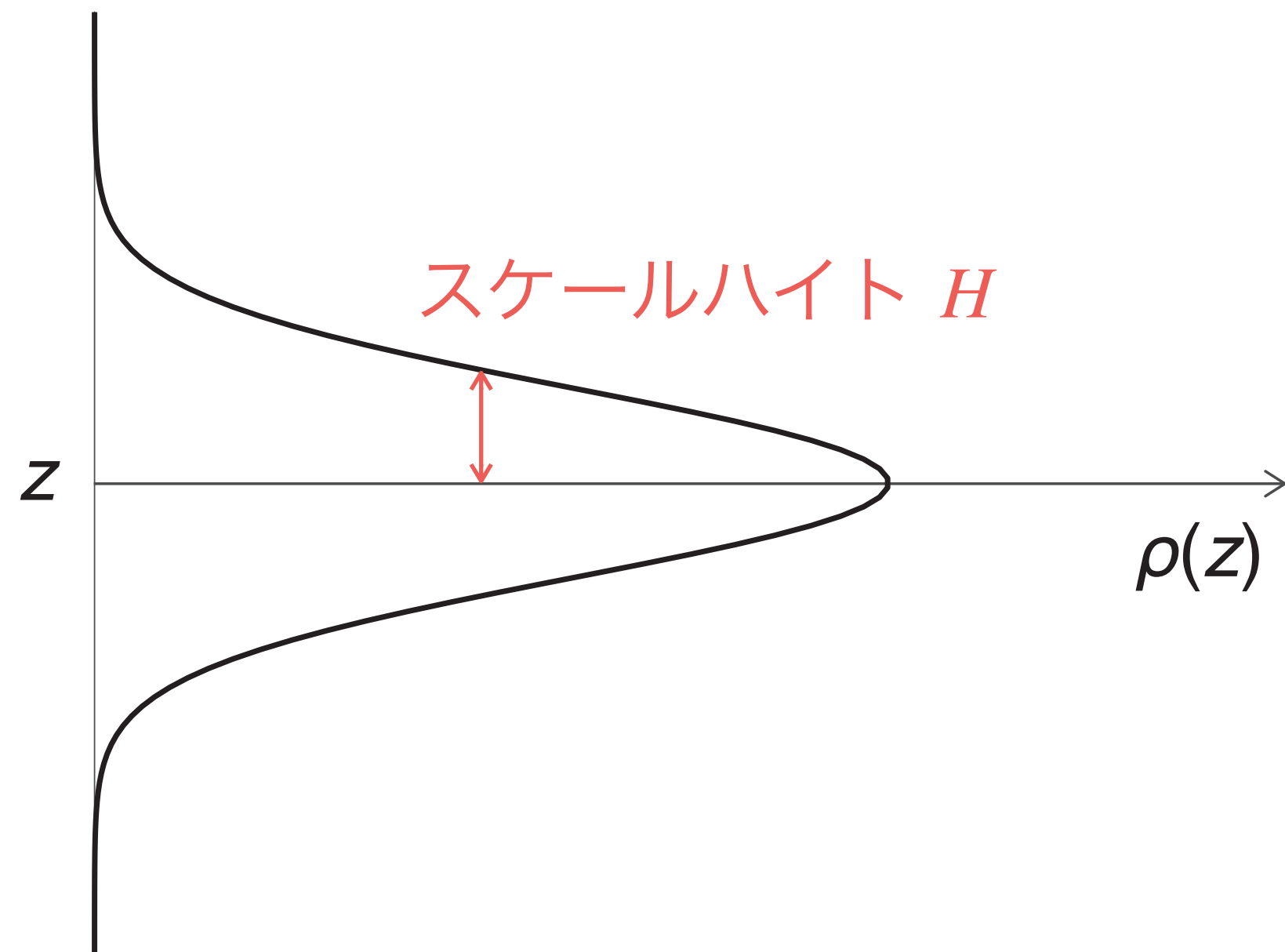
状態方程式 $p = \frac{\rho k_B T}{\bar{m}} = c_s^2 \rho$ --- (2) より, $\left(c_s \equiv \sqrt{\frac{k_B T}{\bar{m}}} \right)$

$$-\frac{c_s^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \Omega^2 z \quad \text{--- (3)}$$

音速 c_s は z に依存しない(等温)として, (3)を解くと

$$\rho(z) = \rho_0 \exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right) \quad \text{--- (4)}$$

$H \equiv \frac{c_s}{\Omega_K}$ は円盤のスケールハイト.

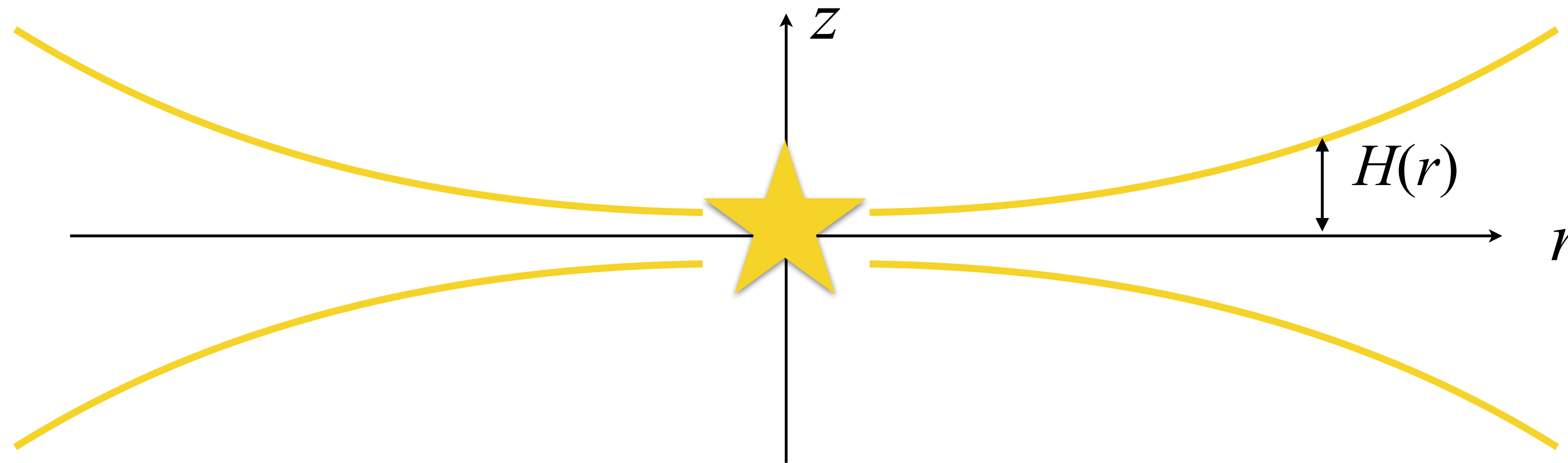


原始惑星系円盤の厚み

光学的に薄いモデル $T \simeq 280 \left(\frac{L_*}{L_\odot} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{-\frac{1}{2}} \text{ K}$ — (1) を仮定し,

太陽の物理量を代入すると,

$$\frac{H(r)}{r} = 0.047 \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{\frac{1}{4}} \text{ — (2).}$$



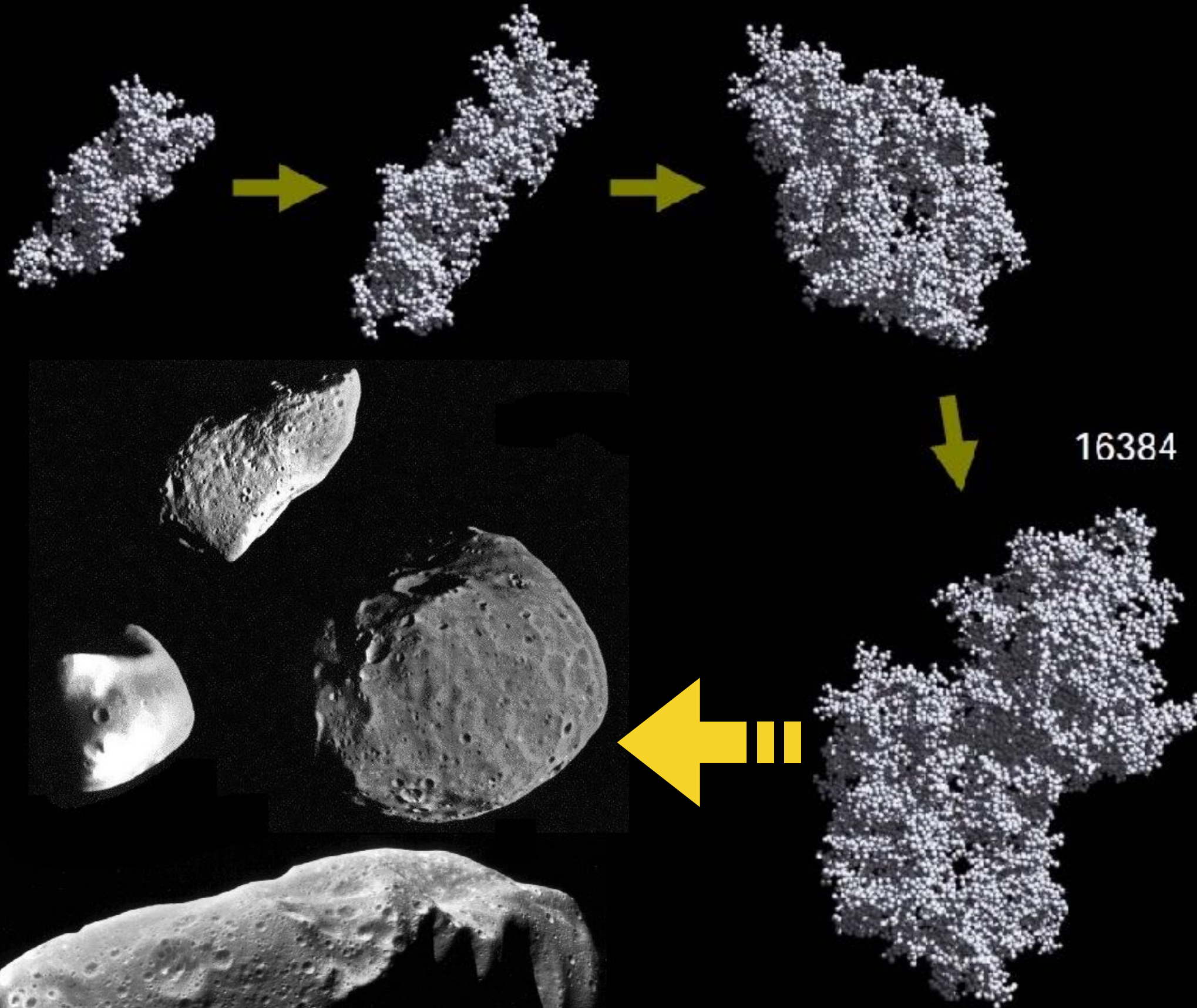
- 円盤は幾何学的に薄い ($r \gg H$)
- 円盤はフレアアップしている (H/r は r の増加関数)

微惑星の形成

構成粒子数: 2048

4096

8192



ダスト($\sim 0.1\mu\text{m}$)が多数合体
微惑星(\sim 数km)が形成

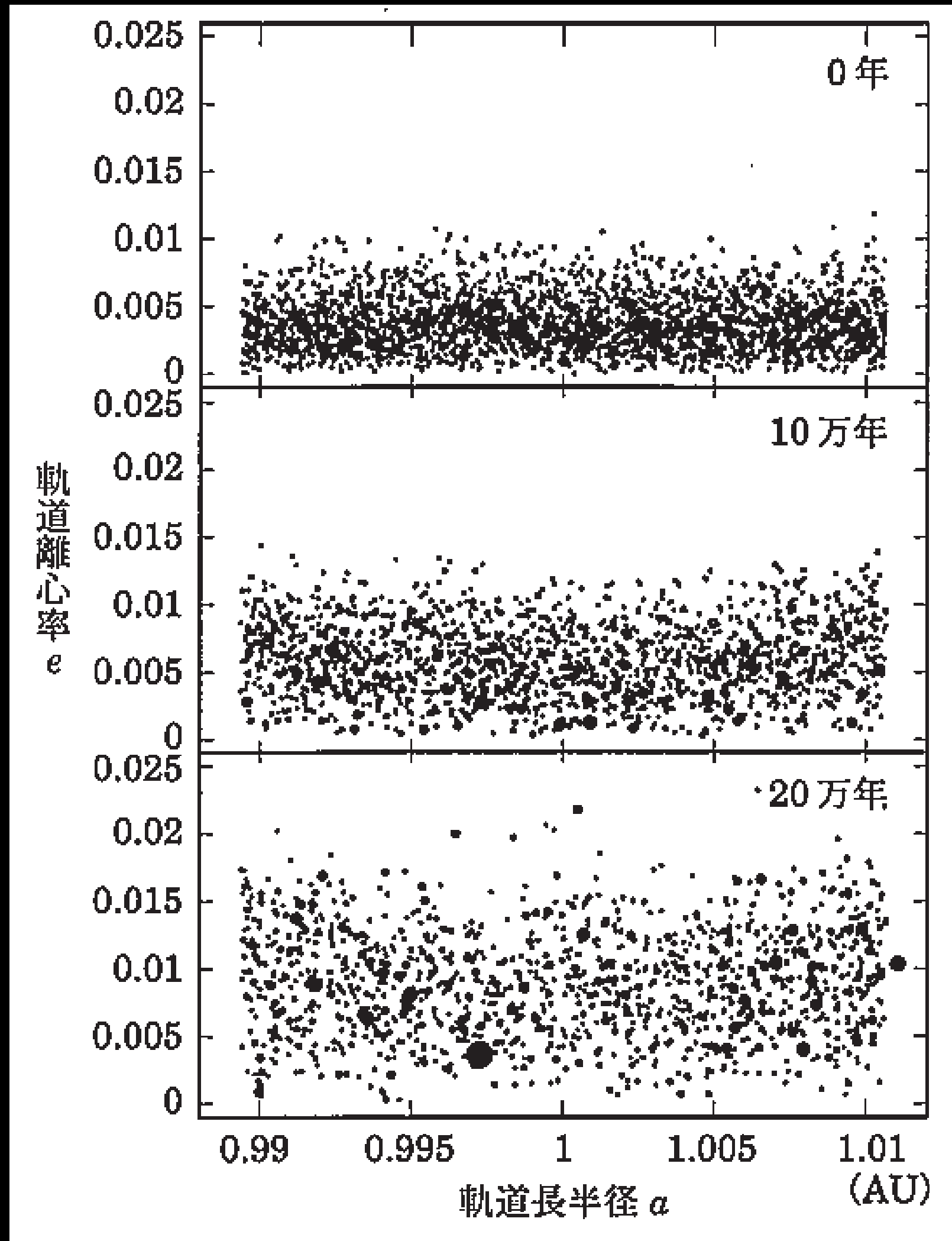
未解決の謎 (後述)

- ・ ガス抵抗で恒星へと落下
- ・ そもそも付着しない?

<http://taurus.astr.tohoku.ac.jp/~hidekazu/naiyou.html>

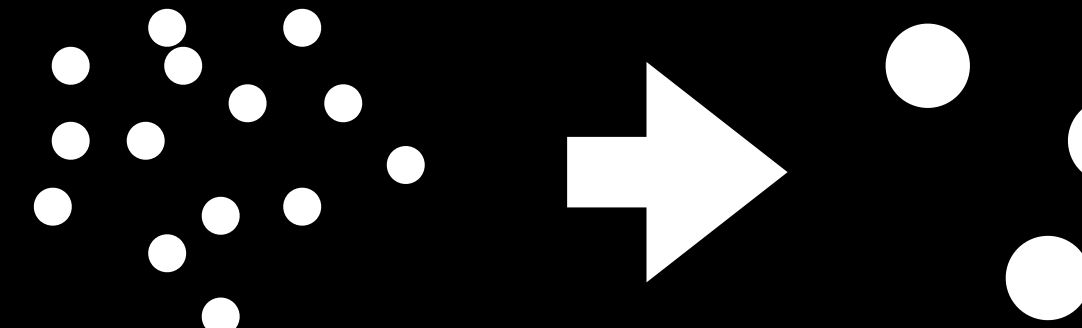
微惑星の合体成長

微惑星の暴走成長の数値シミュレーション
渡部他 編 日本評論社『太陽系と惑星』

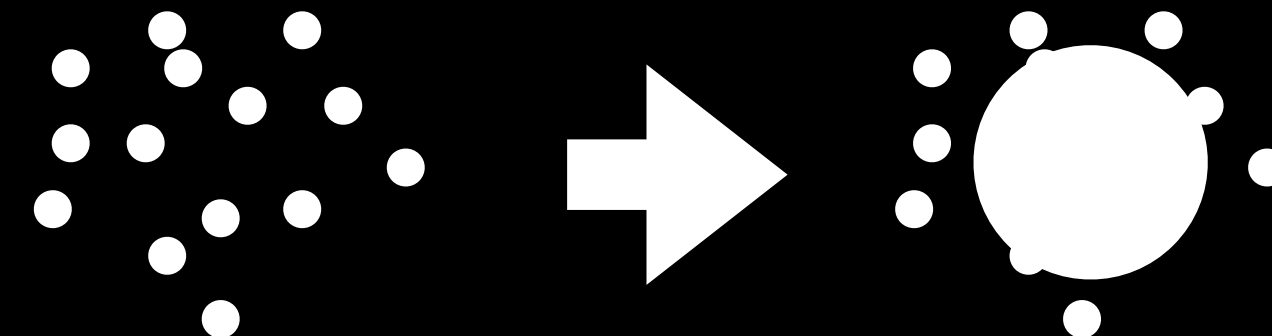


微惑星(~数km)が多数合体して
より大きな天体を形成

秩序的成長 (ダスト→微惑星)

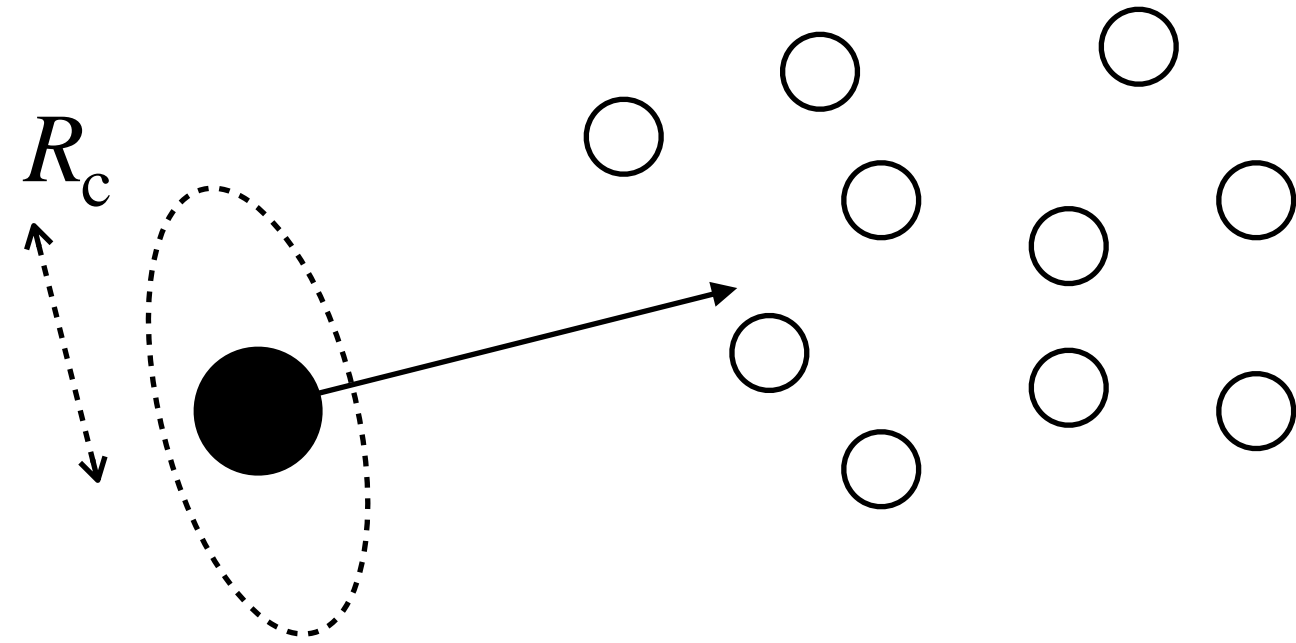


暴走的成長 (微惑星→原始惑星)



他の微惑星より大きい微惑星は
重力の効果でより早く成長

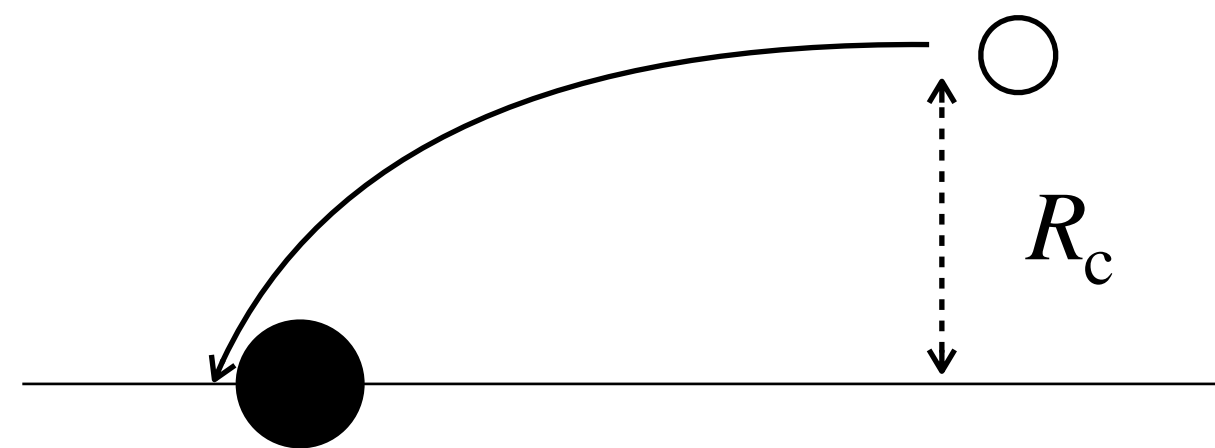
秩序的成長と暴走的成長



粒子A
速度 v

質量 M , 半径 R
衝突断面積半径 R_c

粒子(質量 m)の
空間質量密度 ρ



粒子同士の衝突合体での粒子Aの質量変化は、

$$\frac{dM}{dt} = \pi R_c^2 v \rho \quad \text{--- (1)}$$

2粒子間の重力相互作用を考えた
衝突断面積 R_c を求める

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{GMm}{R} \quad \text{--- (2)}$$

$$mR_c v = mR v' \quad \text{--- (3)}$$

(2), (3) より

$$R_c = R \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv^2}} \quad \text{--- (4)}$$

秩序的成長と暴走的成長

(4)を(1)に代入して,

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \left(1 + \frac{2GM}{Rv^2} \right) \rho v \quad \text{--- (5)}$$

粒子の物質密度を一定とすると、 $M \propto R^3$.

したがって $2GM/Rv^2$ は粒子が成長するほど大きくなる.

i) $1 \gg 2GM/Rv^2$ のとき

$$t_{\text{growth}} \equiv \frac{M}{dM/dt} \propto R^1 \quad \text{--- (6)} \rightarrow \text{大きい粒子ほどゆっくり成長 (秩序的)}$$

i) $1 \ll 2GM/Rv^2$ のとき

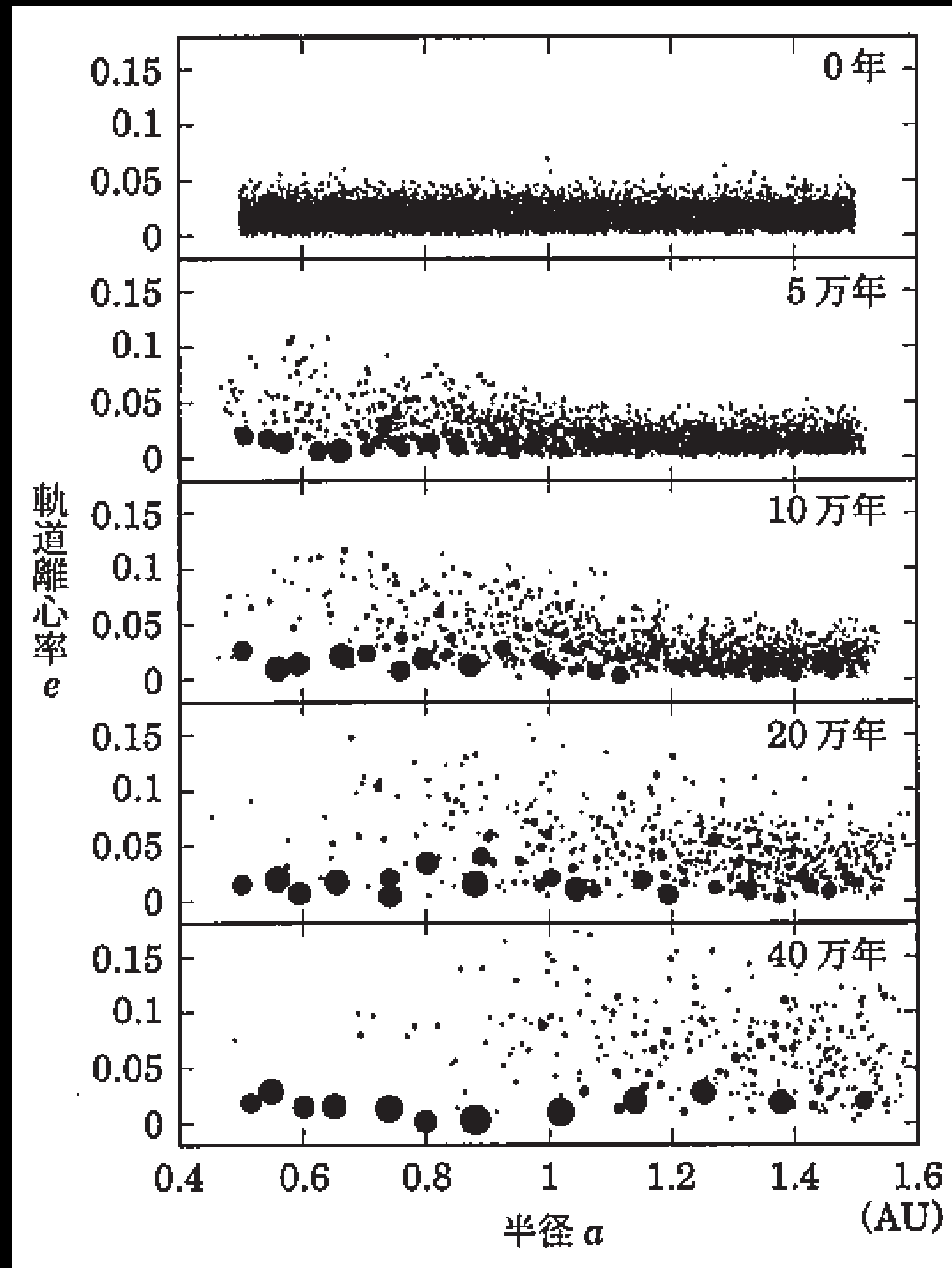
$$t_{\text{growth}} \equiv \frac{M}{dM/dt} \propto R^{-1} \quad \text{--- (7)} \rightarrow \text{大きい粒子ほどはやく成長 (暴走的)}$$

→ 多数の微惑星(~km)から, 少数の原始惑星(~ 10^3 km)へと成長.

原始惑星の形成

原始惑星の寡占的成長の数値シミュレーション

渡部他 編 日本評論社『太陽系と惑星』



寡占的成長

暴走的成長が進行すると、
惑星は縄張り(ヒル半径の約10倍)
の中の微惑星を食い尽くして
成長が止まる

孤立質量

寡占的成長終了時の質量
MMSNモデル, 1 au では地球質量の約0.1倍
(~火星質量, 次ページ)

孤立質量の見積もり

原始惑星系円盤 (face-on view)



軌道半径 r の位置における孤立質量 $M_{\text{iso}}(r)$ は
原始惑星の重力的縄張りに含まれていた固体物質の質量の総和に等しい

$$M_{\text{iso}} = 2\pi r \times fR_{\text{H}} \times \Sigma_{\text{d}} \quad \text{— (1)}$$

ここで、

$$R_{\text{H}} \equiv r \left(\frac{M_{\text{iso}}}{3M_{\odot}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{— (2)},$$

$f \sim 10$ — (3) (シミュレーションから見積もり)

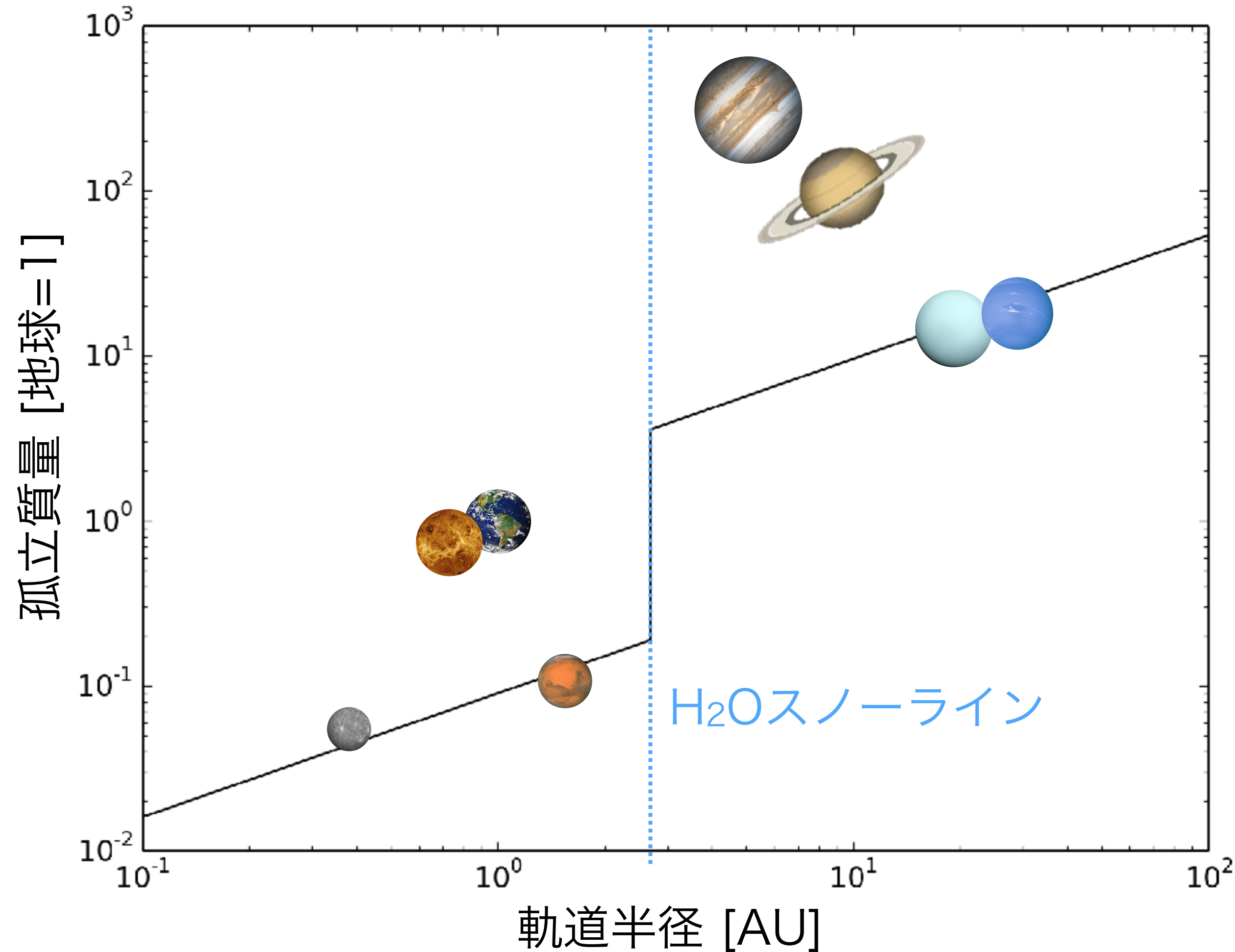
$$\Sigma_{\text{d}} = \Sigma_{\text{d}, 1 \text{ au}} \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{-\gamma} \quad \text{— (4) とおく. } \quad \Sigma_{\text{d}, 1 \text{ au}}: 1 \text{ au での固体物質面密度}$$

(1), (2)を M_{iso} について解き、(3), (4)を代入すると、

$$M_{\text{iso}} = 0.09M_{\oplus} \left(\frac{\Sigma_{\text{d}, 1 \text{ au}}}{\Sigma_{\text{d}, 1 \text{ au}, \text{MMSN}}} \right) \left(\frac{r}{1 \text{ au}} \right)^{\frac{3}{2}(2-\gamma)} \quad (\text{< スノーライン}) \quad \text{— (5)}$$

MMSNモデルでは、 $\gamma = 3/2$ より、 $M_{\text{iso}} \propto r^{\frac{3}{4}}$

最小質量円盤における孤立質量



岩石惑星

- 水星・火星：孤立質量とよく一致
- 金星・地球：さらに成長する必要

巨大ガス惑星(木星・土星)

- 孤立質量の天体がガス集積の核となる(後述)

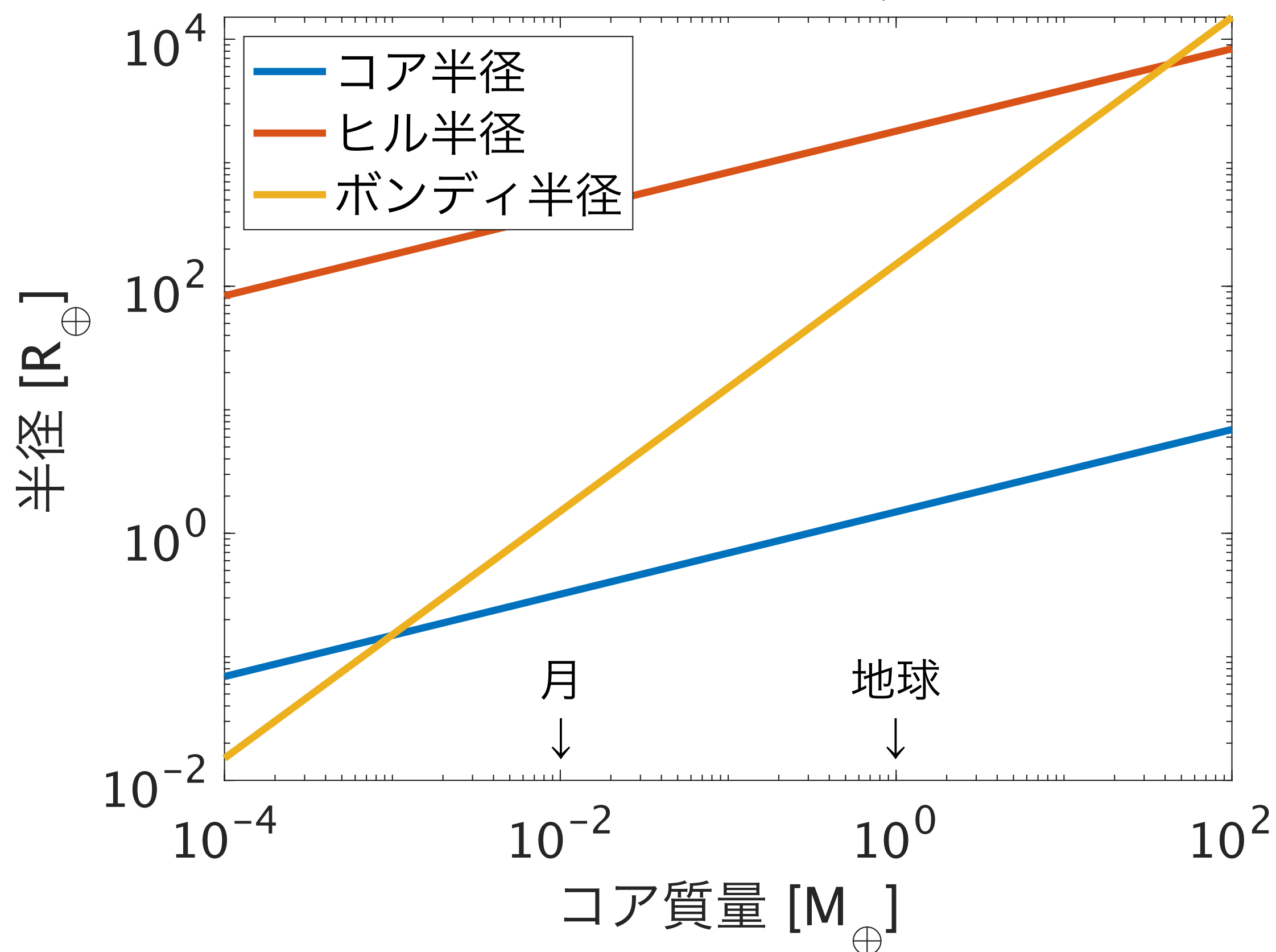
巨大氷惑星(天王星・海王星)

- 孤立質量とよく一致

孤立質量は円盤質量やその動径分布に依存
(軽い円盤→小さい孤立質量)

大気の形成

最小質量円盤モデル, 5 au



ヒル半径：固体コア重力=恒星重力(潮汐力)となる半径

$$R_{\text{Hill}} = r \left(\frac{M_{\text{core}}}{3M_{\odot}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

ボンディ半径：固体コア重力=ガス熱エネルギーとなる半径

$$R_{\text{Bondi}} = \frac{GM_{\text{core}}}{c_s^2} \quad (2)$$

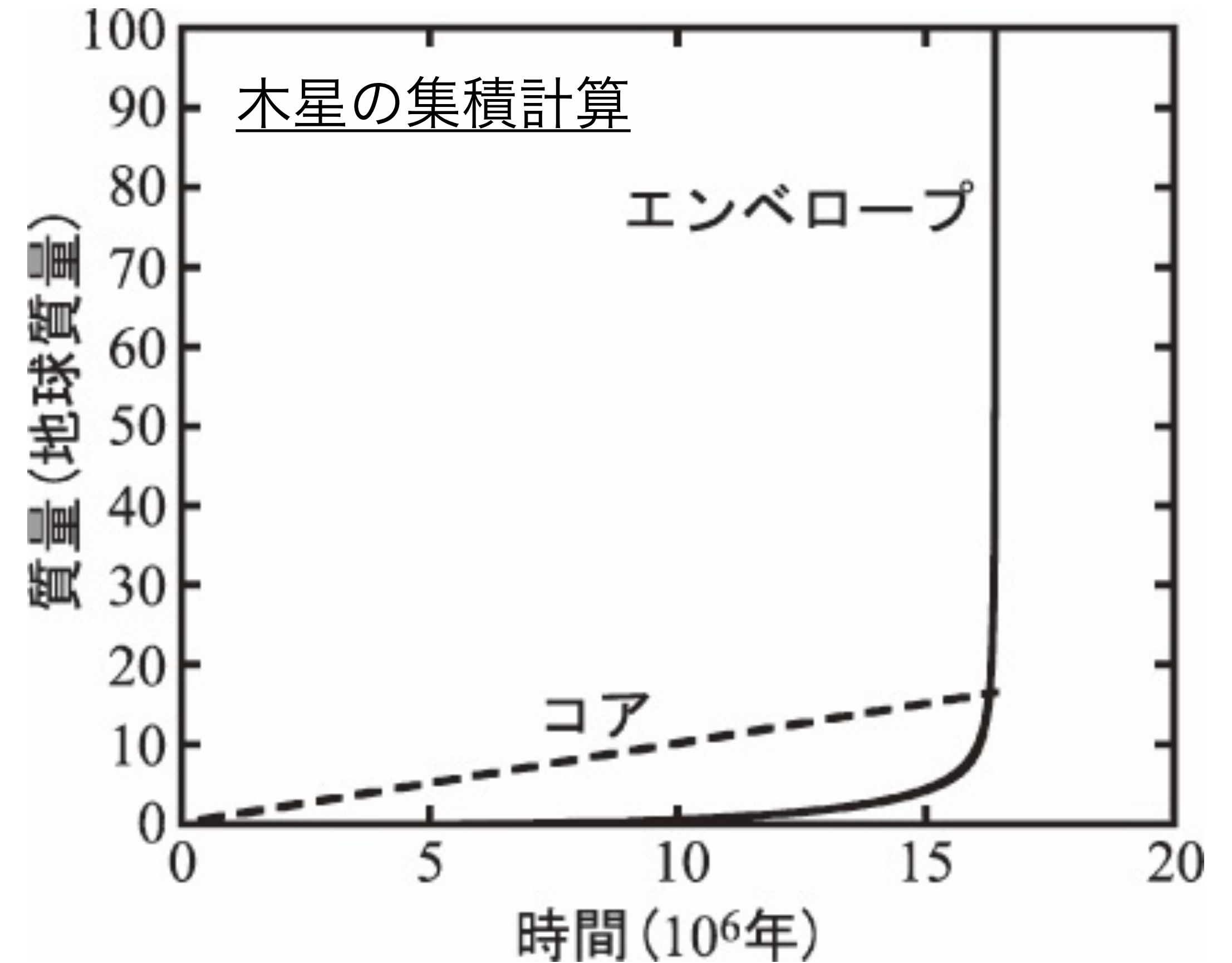
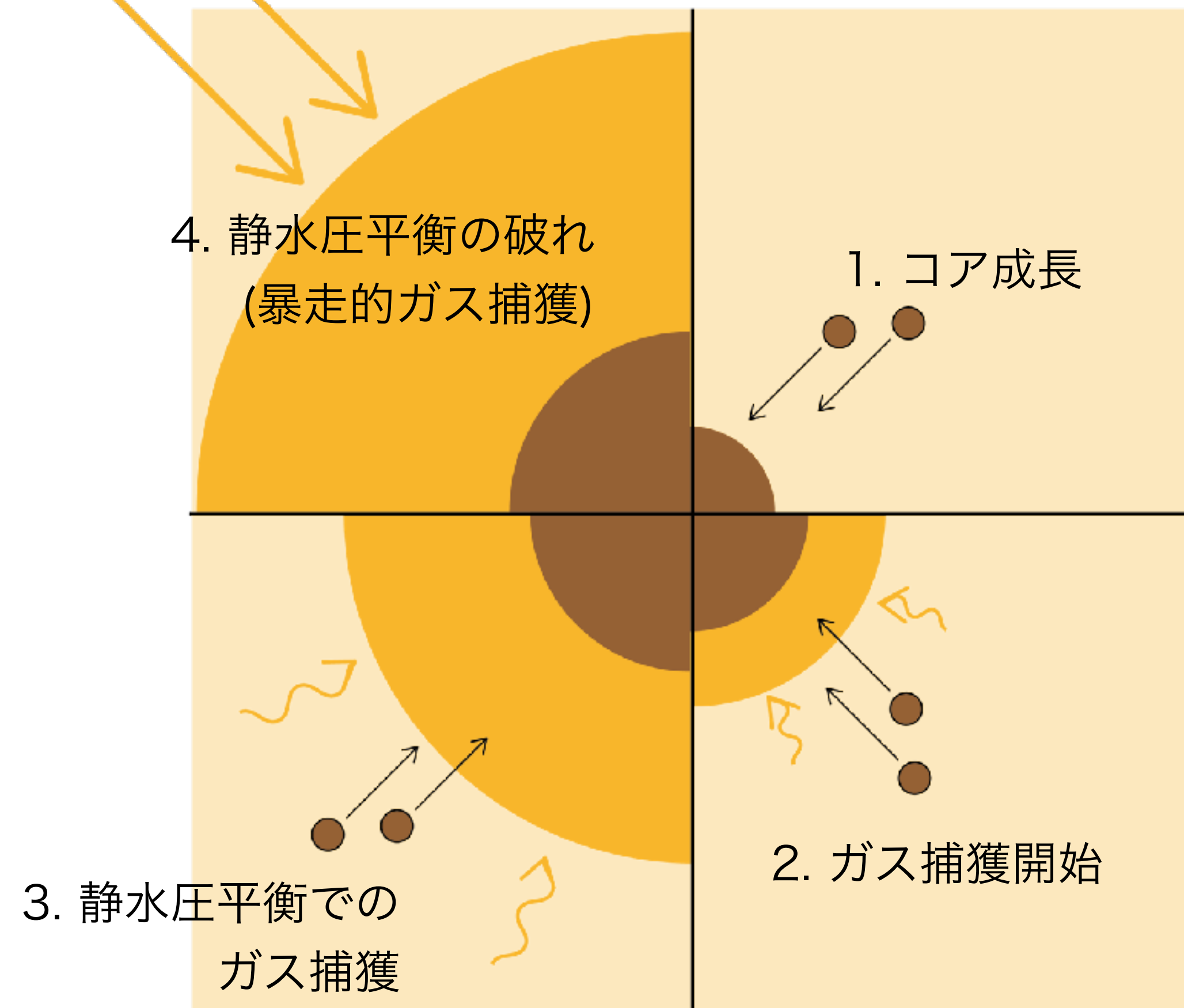
$R_{\text{core}} < \min(R_{\text{Bondi}}, R_{\text{Hill}})$ の時, 大気をまとう

一次大気：円盤ガスの捕獲 (巨大ガス惑星)

二次大気：脱ガス成分 (岩石惑星)



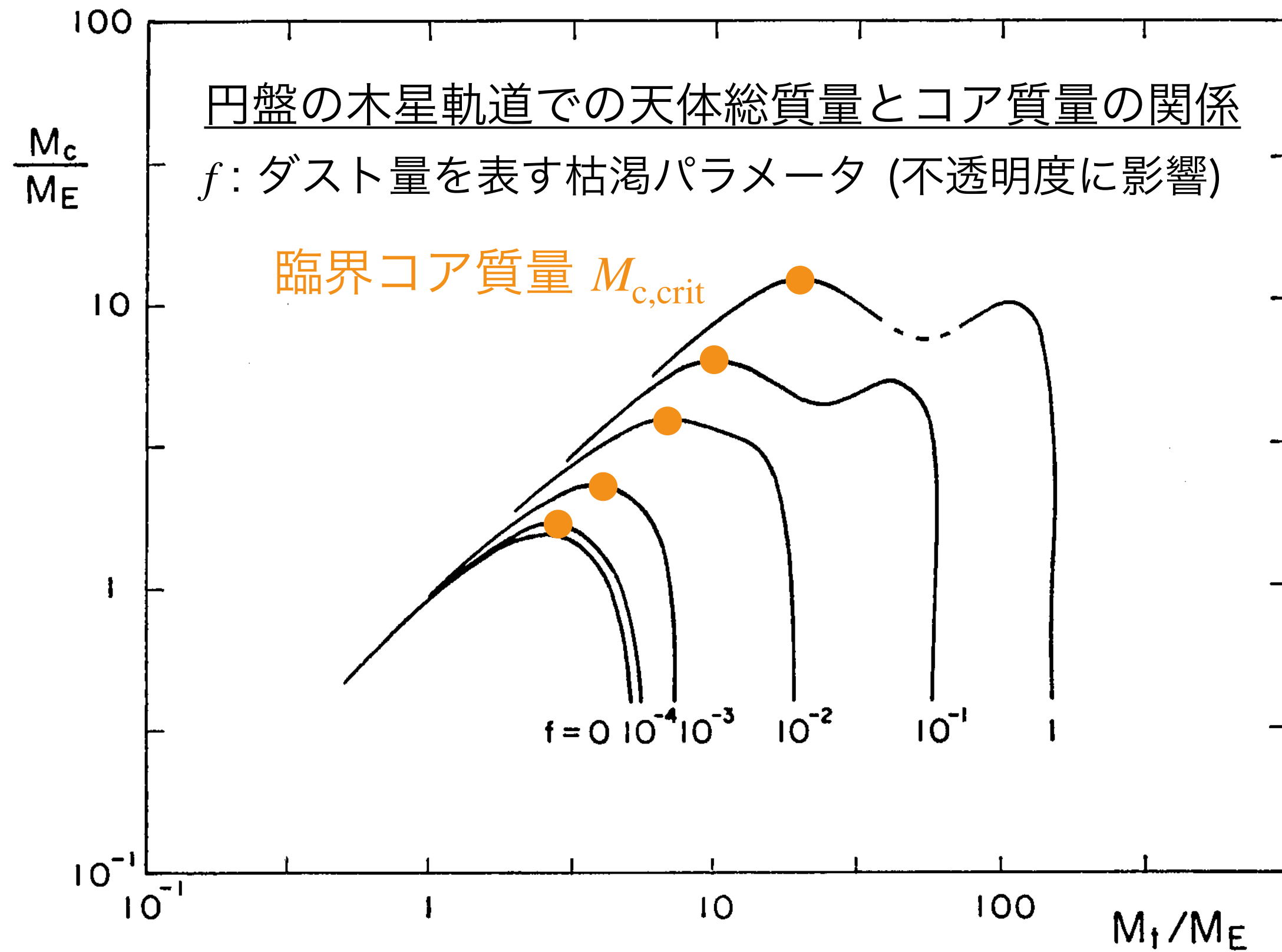
暴走的ガス捕獲による巨大ガス惑星形成



生駒他 (2007) プラズマ・核融合学会誌

- 固体コアが成長すると、ガスエンベロープ質量が急速に増加
- コア質量 $\sim 10 M_{\oplus}$ (臨界コア質量)に達すると、静水圧平衡が破れ、暴走的ガス捕獲

臨界コア質量



Mizuno (1980) *Prog. Theor. Phys.*

惑星, コア, エンベロープ質量を M_t, M_c, M_{env} とおく

$$M_c = M_t - M_{env}(M_t) \quad (1)$$

(1)式は $M_c(M_t)$ について極大値を持つ (図).

→ 臨界コア質量 $M_{c,crit}$

$M_c > M_{c,crit}$ の時, 静水圧平衡を維持できず暴走的ガス捕獲

円盤ガス捕獲大気の基本方程式

静水圧平衡の式 $\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{GM_r}{r^2}$ — (1)

質量保存の式 $\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$ — (2)

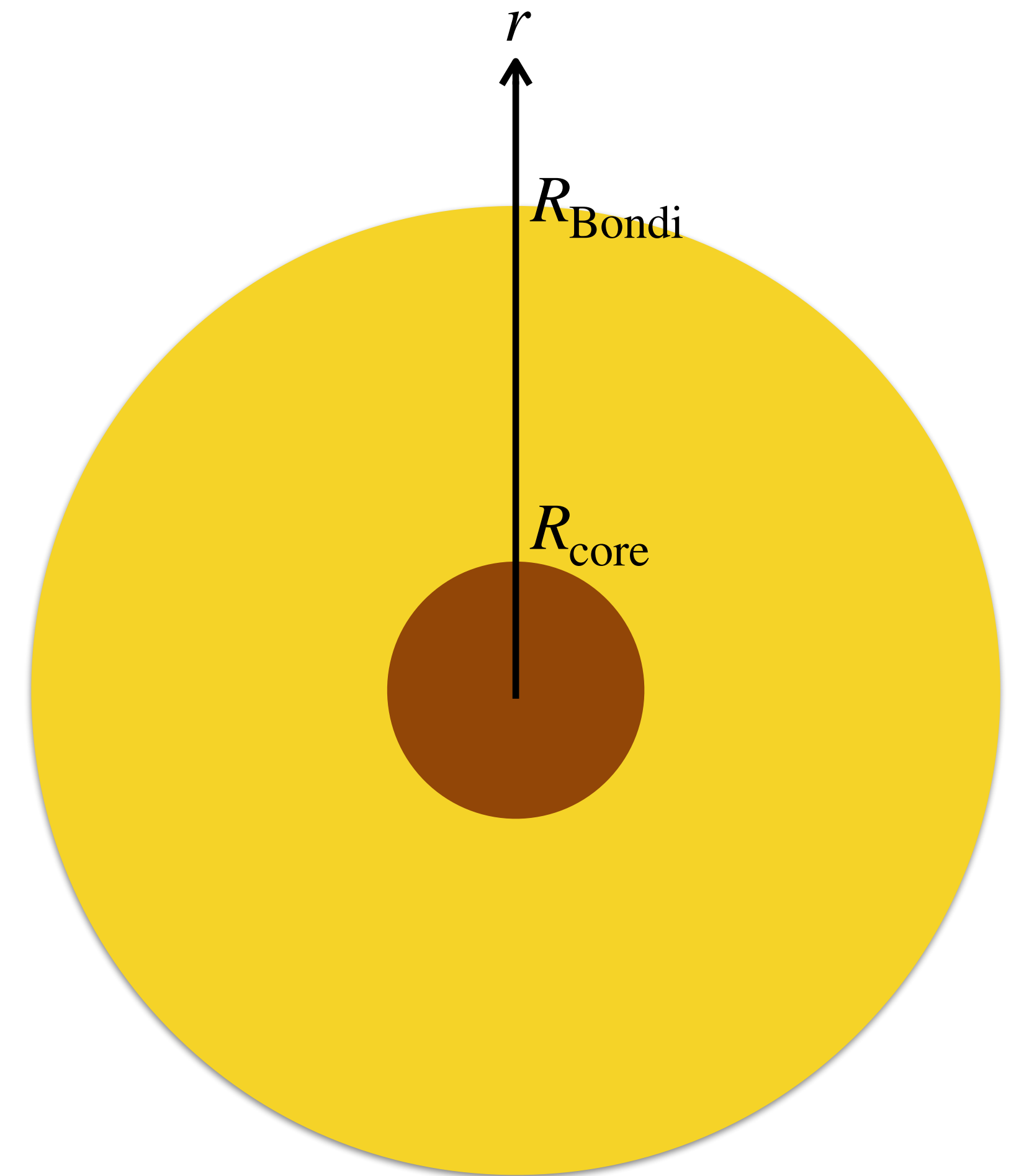
状態方程式 $p = \frac{\rho k_B T}{\bar{m}}$ — (3)

エネルギー一輸送(拡散近似)の式 $\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{16\sigma_{\text{SB}}T^3} \frac{L}{4\pi r^2}$ — (4)

境界条件

$$p = p_{\text{nebula}}, T = T_{\text{nebula}} \text{ at } r = R_{\text{Bondi}},$$

$$M_r = M_{\text{core}} \text{ at } r = R_{\text{core}}$$



エンベロープ質量とコア質量の関係

$$M_r \simeq M_{\text{tot}} \text{ と近似し, (1)と(4)より, } \frac{dp}{dT} = \frac{64\pi\sigma_{\text{SB}}GM_{\text{tot}}}{3\kappa L} T^3. \quad \text{— (5)}$$

$$(5) \text{ を } r = R_{\text{core}} \text{ から } r = r \text{ まで積分すると, } p(r) - p_{\text{nebula}} = \frac{16\pi\sigma_{\text{SB}}GM_{\text{tot}}}{3\kappa L} (T^4(r) - T_{\text{nebula}}^4). \quad \text{— (6)}$$

$$\text{惑星が十分大きいとき, } p \gg p_{\text{nebula}}, T \gg T_{\text{nebula}} \text{ となるため, (6)は, } p = \frac{16\pi\sigma_{\text{SB}}GM_{\text{tot}}}{3\kappa L} T^4. \quad \text{— (7)}$$

$$(7) \text{ と状態方程式(3)より, } \rho = \frac{16\pi\sigma_{\text{SB}}\bar{m}GM_{\text{tot}}}{3k_{\text{B}}\kappa L} T^3. \quad \text{— (8)}$$

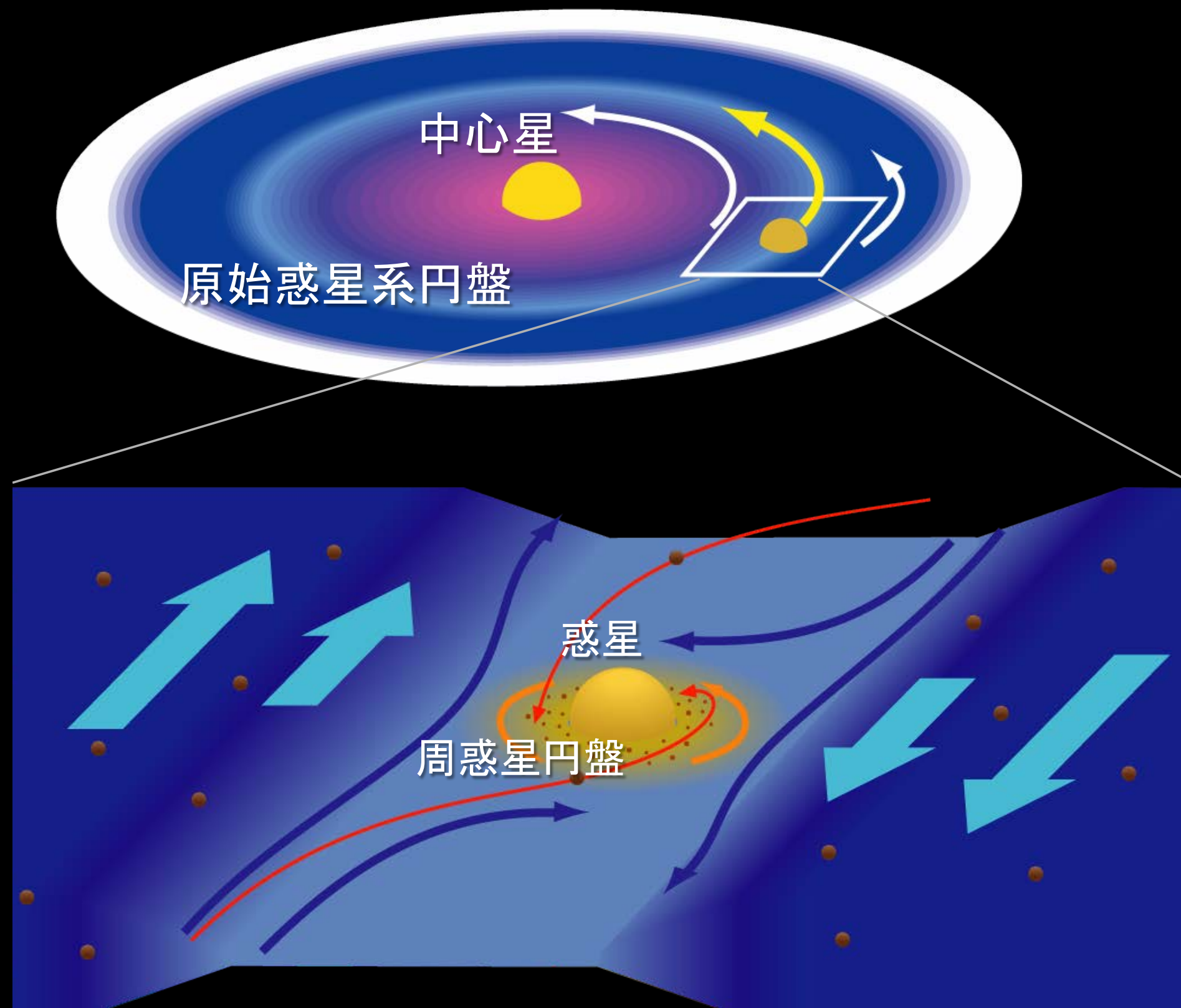
$$(8) \text{ を(4)に代入して積分すると, } T = \frac{\bar{m}GM_{\text{tot}}}{4k_{\text{B}}} \frac{1}{r}. \quad \text{— (9) } (R_{\text{Bondi}} \gg r \text{ を用いた)}$$

$$\text{最後に, (2), (8), (9)より, } M_{\text{env}} = \int_{R_{\text{core}}}^{R_{\text{Bondi}}} 4\pi r^2 \rho dr = \ln\left(\frac{R_{\text{Bondi}}}{R_{\text{core}}}\right) \cdot \frac{\pi^2\sigma_{\text{SB}}}{3\kappa L} \cdot \left(\frac{\bar{m}GM_{\text{tot}}}{k_{\text{B}}}\right)^4. \quad \text{— (10)}$$

$\therefore M_{\text{env}} \propto M_{\text{tot}}^4$ となり, $M_{\text{core}} = M_{\text{tot}} - M_{\text{env}}(M_{\text{tot}})$ は極大値をもつ. \rightarrow 臨界コア質量が存在!

Stevenson (1982) *Planet. Space. Sci.* をもとにした

周惑星円盤の形成



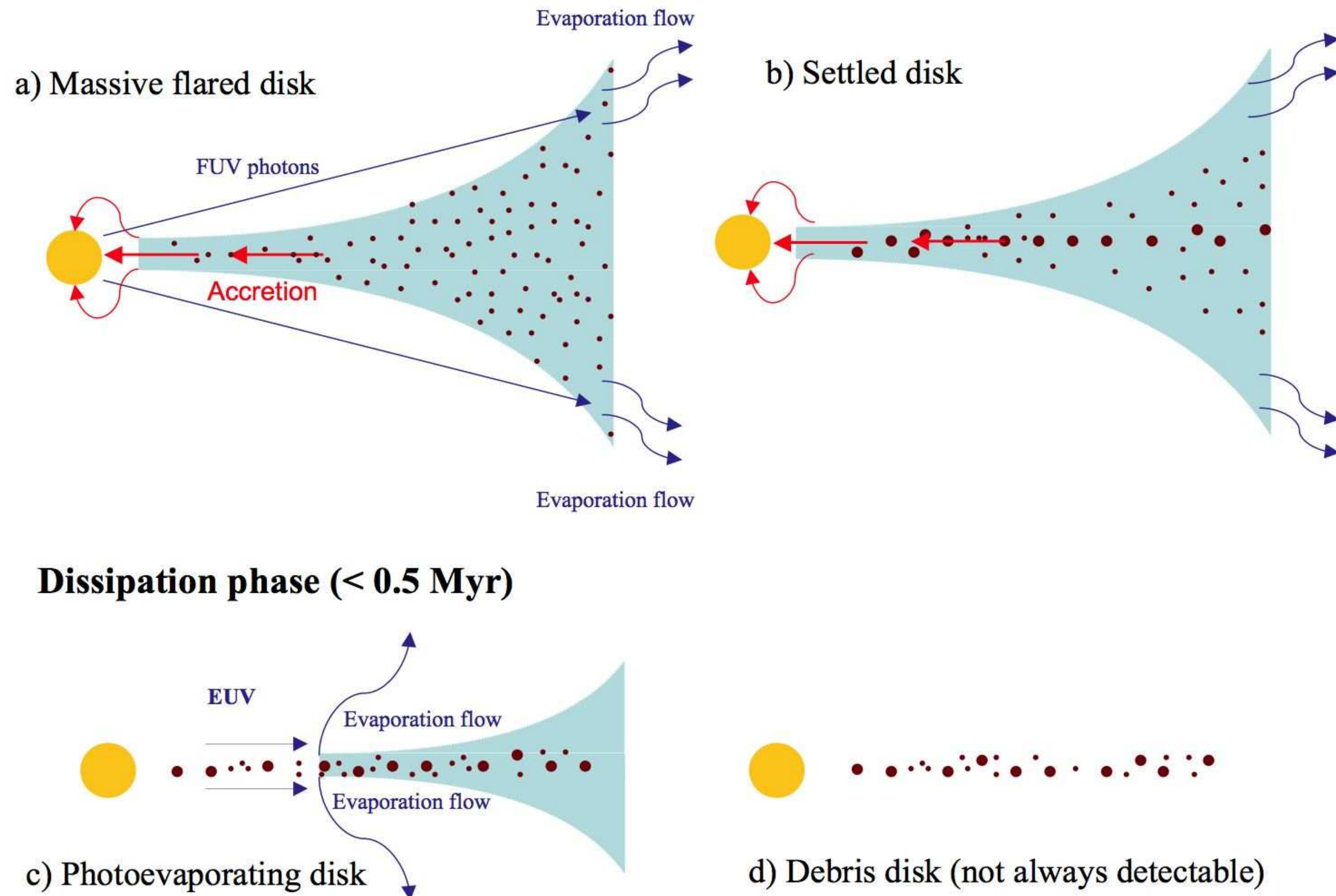
- $R_{\text{Hill}} \sim H$ に達すると、円盤に穴(溝)が開く
→ 角運動量保存から周惑星円盤形成
- 規則衛星の形成

木星と4個のガリレオ衛星



Tanigawa et al. (2012)
https://www.cps-jp.org/~mosir/pub/2012/2012-08-22/01_tanigawa/pub-web/01_tanigawa.pdf

原始惑星系円盤の進化



Dissipation phase (< 0.5 Myr)

- 惑星形成と並行して、円盤の質量・構造も変化
- 中心星への質量降着
- 円盤質量の大部分をこれで失われる
- 角運動量を失うメカニズム
 - “粘性”降着
 - 差動回転 → 粘性による角運動量輸送
 - 粘性源：自己重力不安定，磁気回転不安定
 - 円盤風

(see e.g, Laughlin & Bodenheimer 1994; Balbus & Hawley 1991; Suzuki et al. 2016)

- 光蒸発
 - 短波長の光が円盤上空を加熱 → ガス流出
 - 円盤が軽くなると影響しはじめる

(see e.g, Owen et al. 2010)

原始惑星系円盤の寿命

星団に属する(=同じ年齢の)星のうち、
円盤を保持する(赤外超過のある)割合を観測的に求める
→ 円盤の典型的な持続時間 ≈ 3 Myr (※分散大)

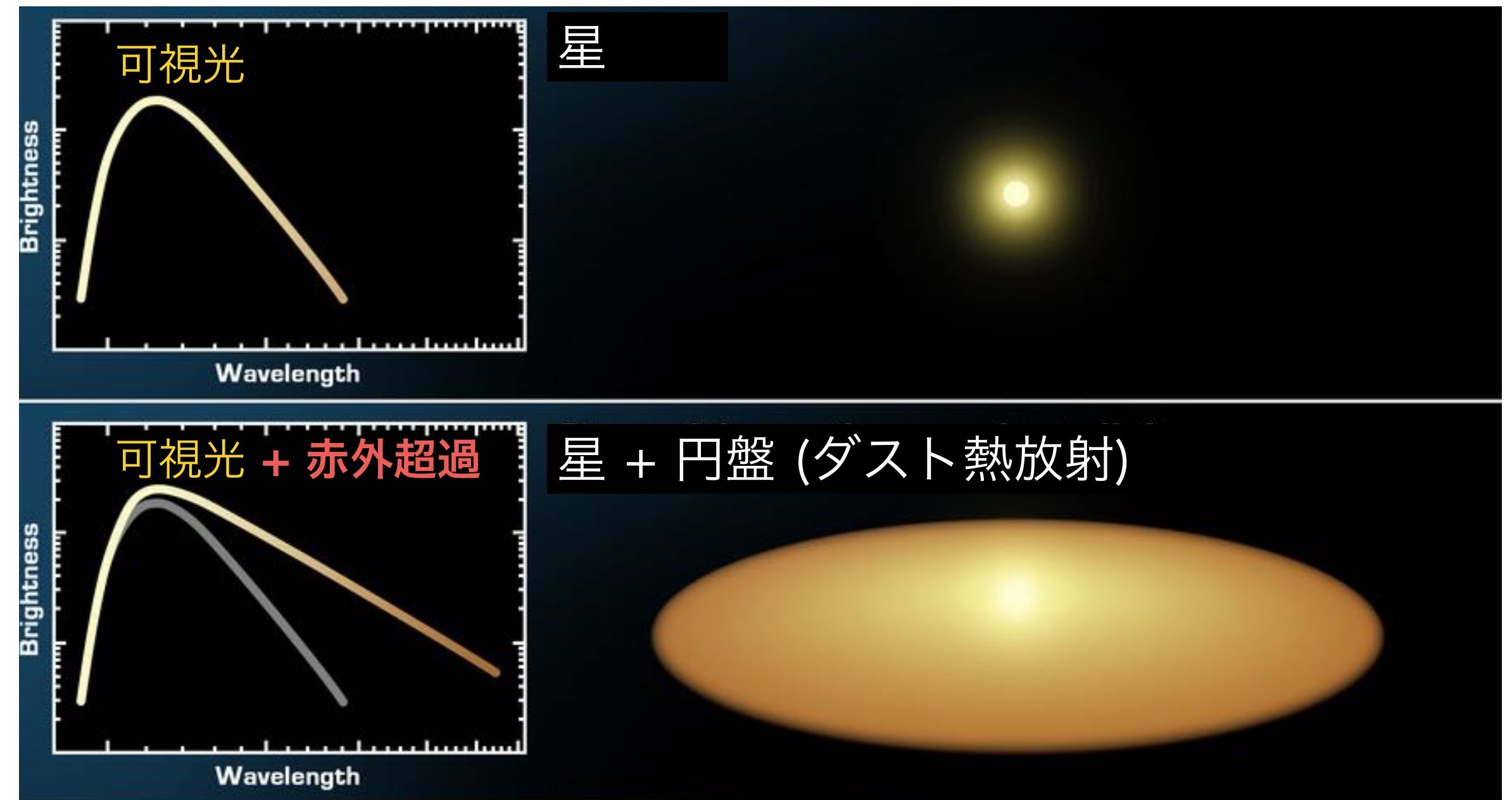
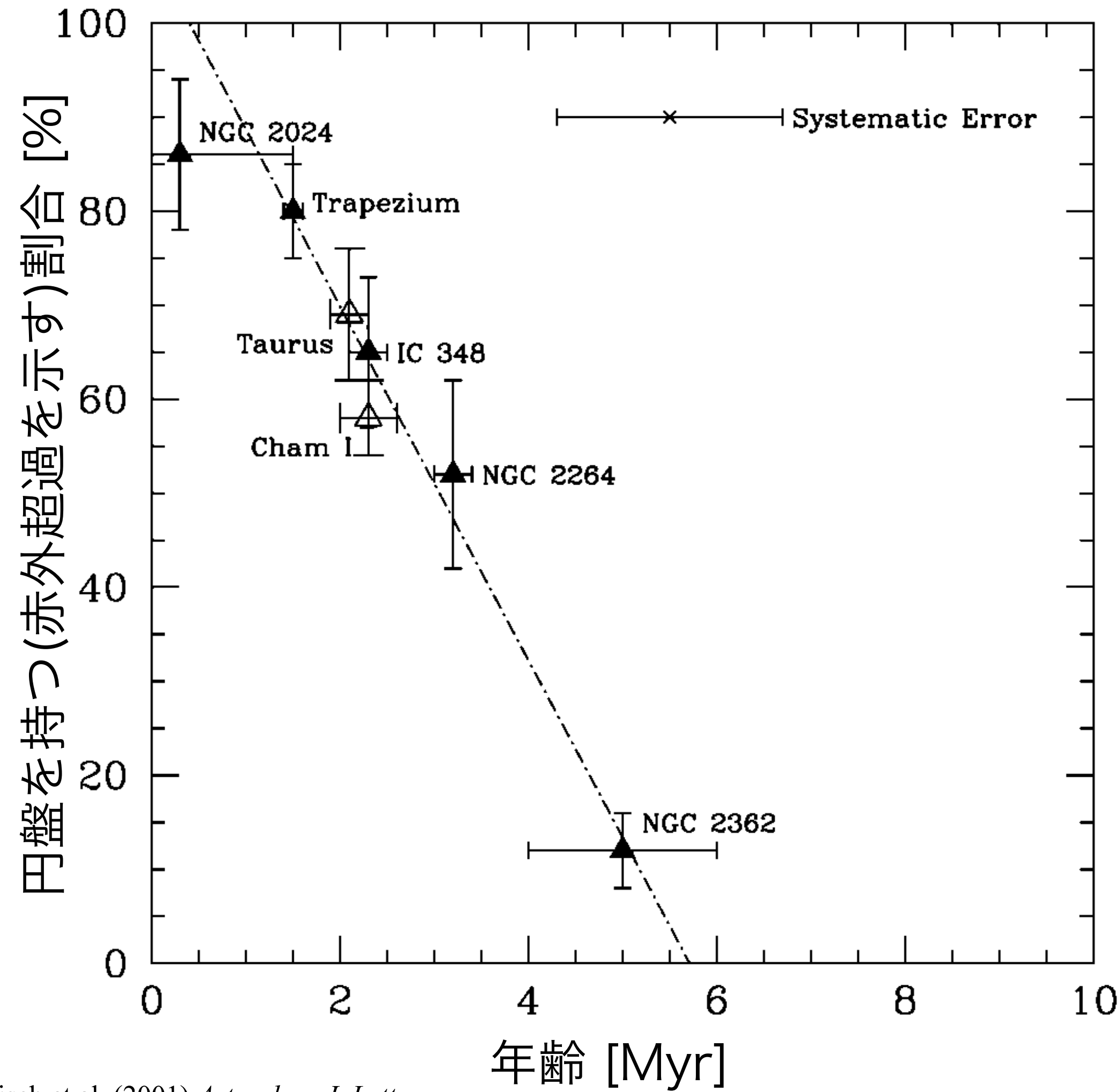
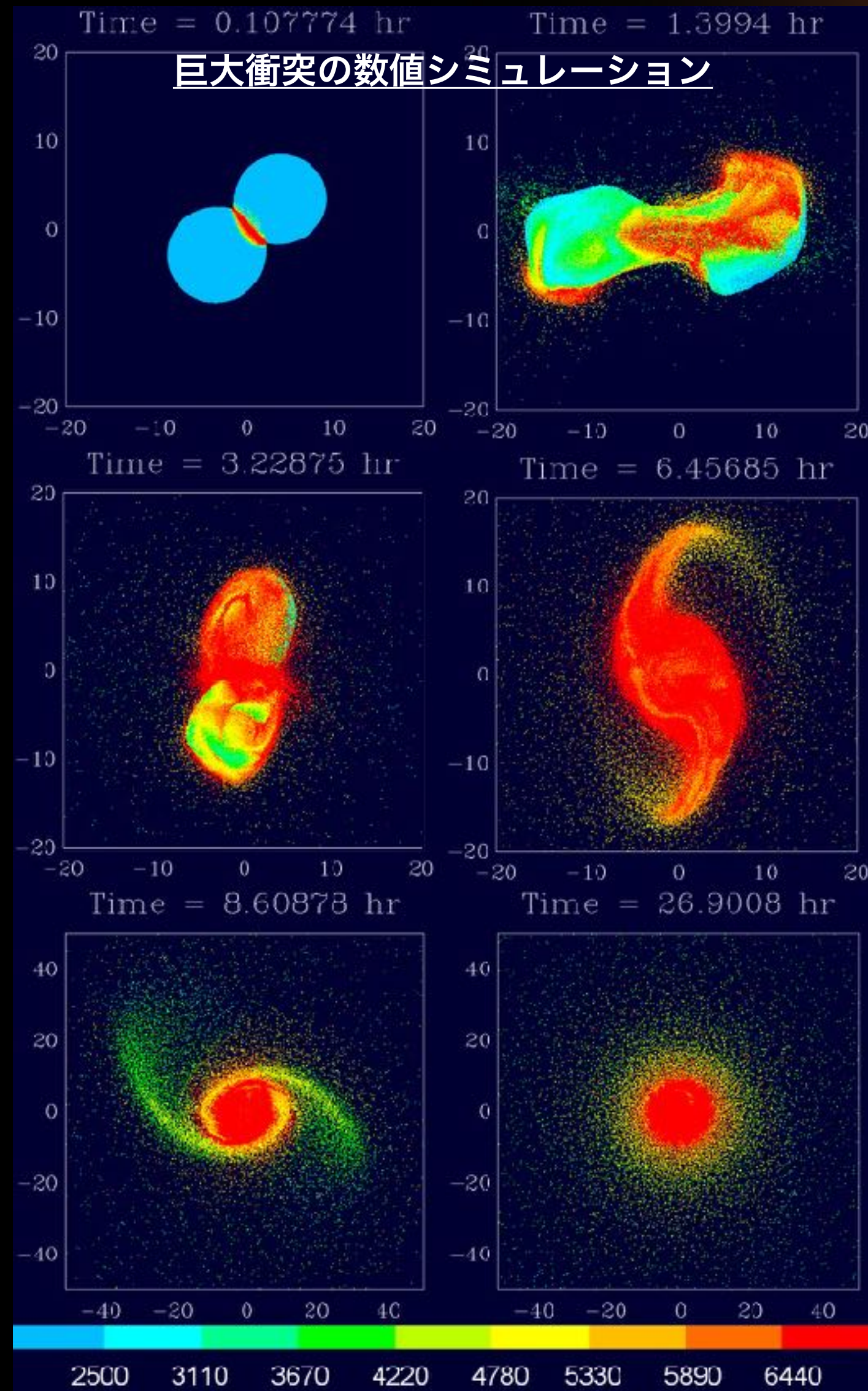
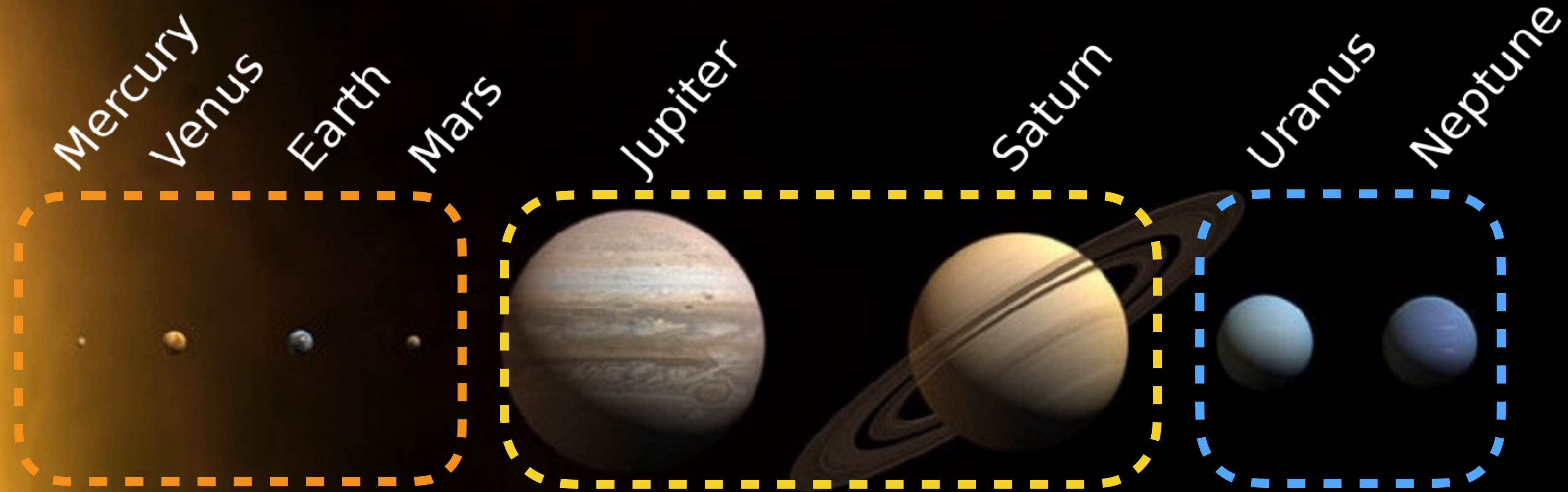


Image credit: NASA/JPL-Caltech/T. Pyle (SSC)

巨大衝突



- ・ 孤立質量に達した原始惑星どうしが長い時間($\sim 10^7$ 年)をかけて軌道交差
- ・ 火星質量の天体が複数衝突合体し、地球や金星を形成
- ・ 地球の月の起源
- ・ 火星や水星は原始惑星の生き残り？



岩石惑星

巨大衝突,
原始惑星の生き残り

巨大ガス惑星

暴走的ガス捕獲

巨大氷惑星

暴走的ガス捕獲前に
円盤ガスが消失

まとめ

惑星形成の標準モデル

- 円盤内の物質移動を考えず，太陽系の惑星の再現を目指したモデル
- ダストから微惑星への秩序的成長，原始惑星への暴走的・寡占的成長 → 孤立質量
- H₂Oスノーライン以遠では水が氷として存在し，大きな惑星ができる
- 臨界コア質量 ($\simeq 10 M_{\oplus}$) まで成長した原始惑星は暴走的ガス捕獲
- 典型的な原始惑星系円盤の寿命 $\simeq 3$ Myr.
 - 天王星・海王星は成長に時間がかかり，巨大ガス惑星とならなかった？

レポート課題

微惑星(Figure 1)の成長方程式,

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 \left(1 + \frac{2GM}{Ru^2} \right) \rho v \quad (1)$$

において右辺括弧内の第1項と第2項の大小が入れ替わる天体半径 R_{crit} が秩序的成長と暴走的成長の境界である。微惑星の物質密度 $\rho_p = 3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とし, 微惑星間の相対速度 u を 1 au において円軌道で太陽を公転する速度の1%とする。この時, R_{crit} を求めよ(有効数字1桁)。太陽質量 $M_\odot = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$, $1 \text{ au} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ を用いてもよい。

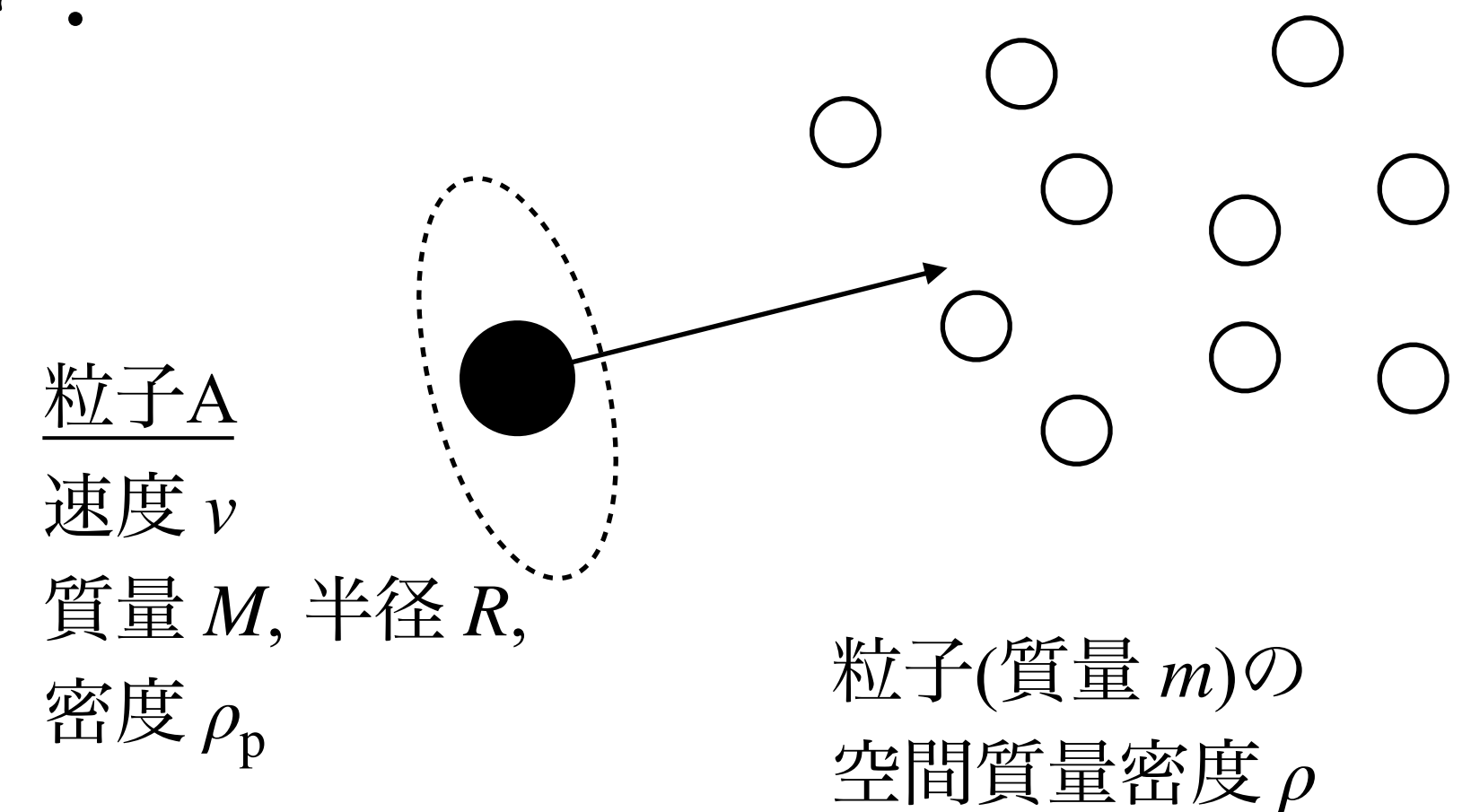


Figure 1. 微惑星の合体成長